

Федеральное агентство по образованию
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Приборостроение»

531.383 (07)
Л887

Лысов А.Н., Лысова А.А.

ТЕОРИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СТАБИЛИЗАТОРОВ

Учебное пособие

*Допущено Учебно-методическим объединением
вузов по университетскому политехническому
образованию в качестве учебного пособия для
студентов высших учебных заведений, обучающихся
по специальности 160402 «Приборы и системы
ориентации, стабилизации и навигации»*

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2009

УДК 531.383 (075.8)
Л887

Одобрено
учебно-методической комиссией приборостроительного факультета

Рецензенты:
Л.А. Северов, В.С. Дмитриев

Лысов, А.Н.

Теория гироскопических стабилизаторов: учебное пособие /
Л887 А.Н. Лысов, А.А. Лысова. – Челябинск Издательский центр ЮУрГУ, 2009.
– 117 с.

Изложена теория одноосных, двухосных и трехосных гироскопических стабилизаторов. Рассмотрены принципы работы силовых, индикаторно-силовых и индикаторных гиростабилизаторов, методы обеспечения устойчивости, влияние углового движения, влияние конечной жесткости элементов конструкций на динамику гиростабилизатора. В двухосных и трехосных гиростабилизаторах оценено влияние линейных и нелинейных перекрестных связей. Изложены системы ориентирования гиростабилизаторов.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 160402.65 – «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» и направления 200100.62 – «Приборостроение».

УДК 531.383 (075.8)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2009

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной авиационной и ракетной техники характеризуется значительным ростом скорости, высоты полета и маневренности летательных аппаратов. Огромные технические успехи в области создания современных самолетов, ракет и космических кораблей стали возможными в связи с использованием достижений аэродинамики, двигателестроения и автоматизации процессов управления летательными аппаратами.

Основные задачи по управлению летательным аппаратом решаются с помощью гироскопических приборов и систем, точность работы которых определяет эффективность действия самолетов, ракет и космических кораблей. Кроме того, на гироскопические системы возлагаются сложные задачи по стабилизации и управлению целым рядом специальных бортовых систем (антенны бортовых радиолокационных станций, чувствительные элементы головок самонаведения, тепловизоры, авиационные прицелы, аэрофотоаппараты и др.).

Бортовые системы, подлежащие стабилизации на заданном направлении в пространстве, обладают большим весом и моментом инерции; при этом в условиях интенсивных колебаний летательного аппарата гироскопическая стабилизация испытывает значительные динамические нагрузки. Требования высокой точности стабилизации бортовых систем на заданном направлении в пространстве и тяжелые условия их эксплуатации привели к созданию гироскопических стабилизаторов.

Инерциальные системы управления подвижными объектами (ракетами, самолетами, подводными лодками, космическими аппаратами и т.п.) требуют стабилизации положения чувствительных элементов (ньютонметров) в пространстве с высокой точностью. В системах управления баллистическими ракетами ньютонометры обычно стабилизируют относительно неподвижной в пространстве (инерциальной) системы координат, в системах управления другими подвижными объектами, как правило, – относительно некоторой вращающейся, например земной, системы координат.

В любом случае стабилизация сводится к определению параметров углового положения некоторой площадки (платформы) с установленными на ней приборами и выработке соответствующих сигналов управления, обеспечивающих требуемое положение платформы в выбранной системе координат.

Параметры положения платформы и управляющие сигналы для ее стабилизации могут определяться и вырабатываться различными приборами: например, электромеханическими измерителями угловых ускорений и скоростей, лазерными датчиками угловых скоростей. Однако наибольшее распространение до настоящего времени для этой цели сохранили гироскопы.

Платформу, предназначенную для размещения объектов стабилизации и гироскопов, обеспечивающих ее стабилизацию в совокупности с некоторыми

элементами автоматики, принято называть гироскопическим стабилизатором или гиросtabilизатором (ГС).

Наряду со стабилизацией объектов гиросtabilизаторы используются и для измерения угловых отклонений объектов, на которых они установлены, т.е. выполняют роль систем ориентации.

В соответствии с числом степеней свободы платформы различают одноосные, двухосные и трехосные ГС. Трехосные ГС часто называют гиросtabilизированными платформами (ГСП).

По принципу стабилизации гиросtabilизаторы можно разделить:

- на гиросtabilизаторы непосредственного типа, которые стабилизируются непосредственно гироскопом; такие ГС, как правило, одноосные и представляют собой, по-существу, обычный трехстепенный гироскоп с большим кинетическим моментом;

- на гиросtabilизаторы силового типа, в которых стабилизация осуществляется гироскопом совместно со стабилизирующим двигателем. Чувствительным элементом силового ГС является двухстепенный гироскоп;

- на гиросtabilизаторы индикаторно-силового типа, в которых стабилизация осуществляется в основном стабилизирующим двигателем. Чувствительным элементом индикаторно-силового ГС может быть поплавковый интегрирующий гироскоп, датчик угловой скорости или интегро-дифференцирующий (форсирующий) гироскоп;

- на гиросtabilизаторы индикаторного типа, в которых стабилизация осуществляется стабилизирующим двигателем, а гироскоп является лишь измерителем (индикатором) отклонения платформы от требуемого положения. Чувствительным элементом индикаторного ГС является трехстепенный гироскоп или динамически настраиваемый гироскоп.

1. ОДНООСНЫЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ

Одноосные гиросtabilизаторы (ГС) обеспечивают заданную ориентацию стабилизируемого элемента (платформы) относительно одной оси. Они находят применение в авиации и ракетной технике и являются составной частью двух- и трехосных ГС.

1.1. Одноосный силовой гиросtabilизатор

Применение силовых гиросtabilизаторов в различных гироскопических системах наметилось у нас в конце 30-х годов, но основные принципы и схемы силовой стабилизации были разработаны в 1924 г. С.А. Ноздровским. Позднее появились аналогичные схемы за границей.

Кинематическая схема одноосного силового ГС приведена на рисунке 1.1. Основными элементами одноосного силового гиросtabilизатора являются: двухстепенный гироскоп 1 с датчиками углов 2 и моментов 7; платформа 3 с объектом стабилизации 4; усилитель стабилизации 6 и двигатель стабилизации 5. При необходимости измерять угловые колебания объекта, на котором установлен гиросtabilизатор, по оси вращения платформы размещают датчик угла (датчик команд) 8.

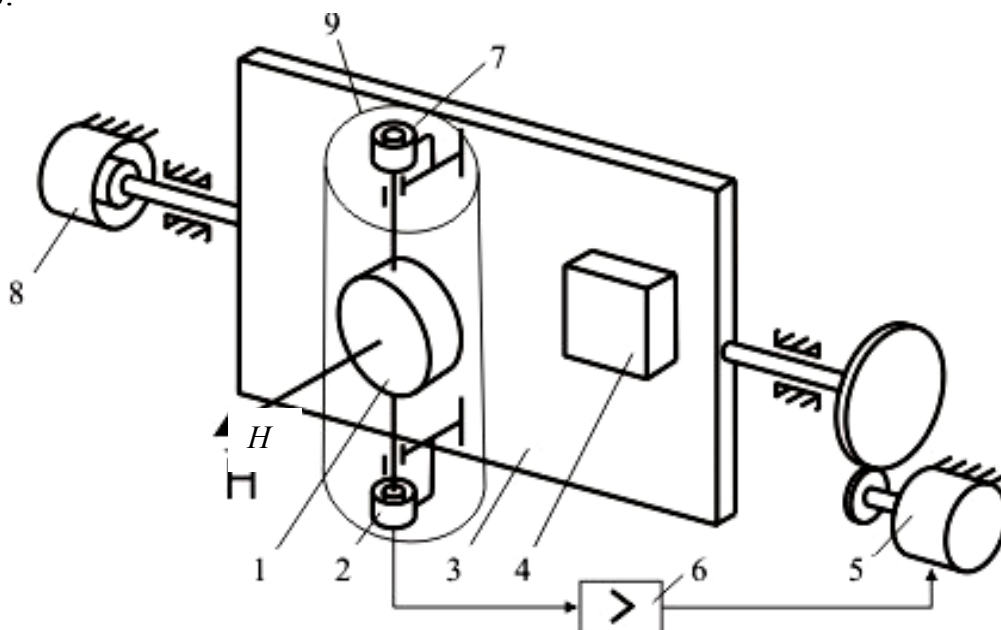


Рис. 1.1. Кинематическая схема одноосного силового гиросtabilизатора:

- 1 – гироскоп; 2 – датчик моментов; 3 – платформа;
- 4 – объект стабилизации; 5 – двигатель стабилизации;
- 6 – усилитель стабилизации; 7 – датчик углов;
- 8 – датчик команд; 9 – гироблок

Условимся называть ось подвеса гироскопа **осью прецессии**, ось подвеса платформы – **осью стабилизации**, а ось гироскопа, перпендикулярную осям собственного вращения и прецессии – **осью чувствительности**.

Гироскоп располагают на платформе так, чтобы в невозмущенном положении ось чувствительности была параллельна оси стабилизации. Гироскоп вместе с

датчиками углов и моментов, токоподводами, устройствами для балансировки и другими элементами выполняются, как правило, в виде отдельного прибора, называемого гиросблоком. При этом роторы датчиков углов и моментов устанавливаются на цапфах оси подвеса гироскопа, а их статоры закрепляются в корпусе гиросблока.

Сигнал с датчика угла гиросблока, пропорциональный углу поворота гироскопа вокруг оси прецессии, подается на вход усилителя стабилизации, с выхода которого поступает на управляемую обмотку двигателя стабилизации. Управление двигателя таково, что его действие на платформу обуславливает движение гироскопа в сторону уменьшения угла прецессии.

Совокупность гироскопа, датчика угла, усилителя стабилизации и двигателя стабилизации с редуктором называют **системой стабилизации**, а цепь датчик угла – усилитель – двигатель стабилизация с редуктором – **цепью стабилизации**.

Рассмотрим принцип действия гиросtabilизатора. Пусть платформа и гироскоп находились в покое, и в некоторый момент времени на платформу подействовал возмущающий момент M_1 (рис. 1.2), который для простоты изложения будем считать постоянным. Разобьем весь процесс стабилизации условно на три этапа. На первом этапе гироскоп начинает поворачиваться вокруг оси прецессии z с угловой скоростью прецессии $\dot{\beta} = \frac{M_1}{H}$.

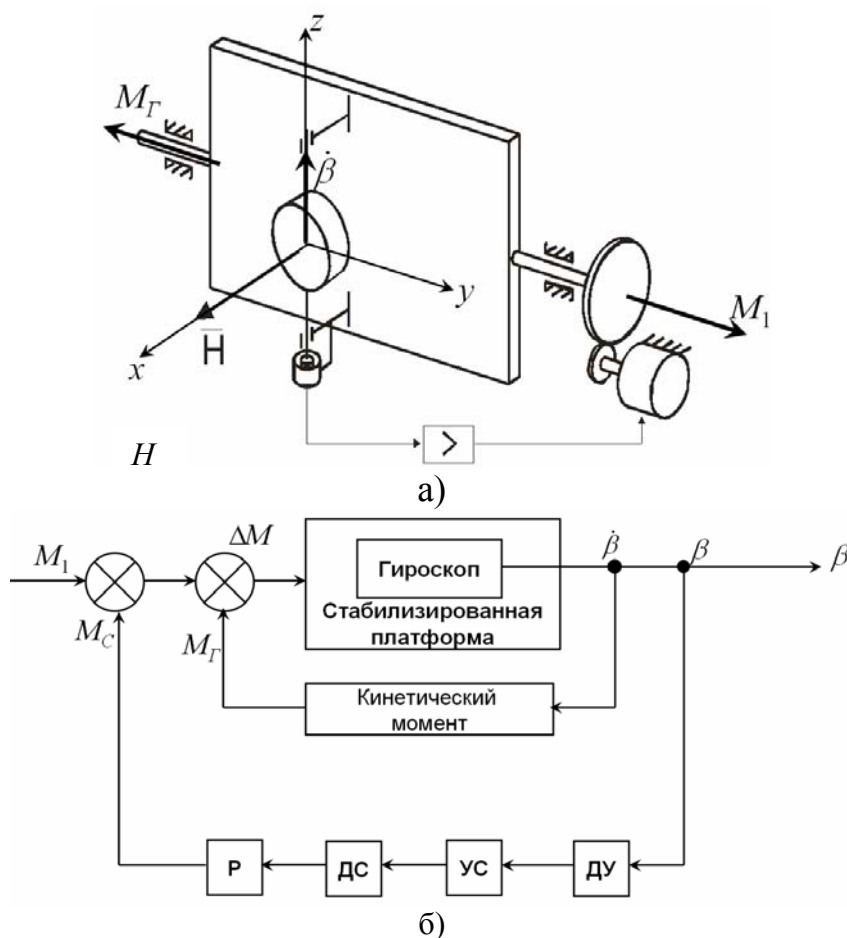


Рис. 1.2. Кинематическая схема и блок-схема первого этапа стабилизации

Благодаря прецессии гироскопа возникает гироскопический момент $M_g = H \cdot \dot{\beta}$, который воздействует на платформу и по величине равняется внешнему моменту

$$M_g = H \cdot \dot{\beta} = H \cdot \frac{M_1}{H} = M_1, \quad (1.1)$$

а по направлению противоположный ему. Суммарное действие на платформу этих моментов равно нулю, т.е.

$$\Delta M = M_1 - M_g = 0.$$

Так как в рамках прецессионного объяснения гироскоп безинерционен, то можно считать, что равенство (1.1) достигается мгновенно и платформа не успевает отклониться от первоначального положения. Таким образом, на этом этапе платформа стабилизируется непосредственно гироскопическим моментом гироскопа.

На втором этапе стабилизации по мере прецессии гироскопа с угловой скоростью $\dot{\beta}$ он поворачивается на угол β и с датчика угла (ДУ) начинает сниматься сигнал (рис.1.3), который после усиления в усилителе стабилизации (УС) поступает на двигатель стабилизации (ДС).

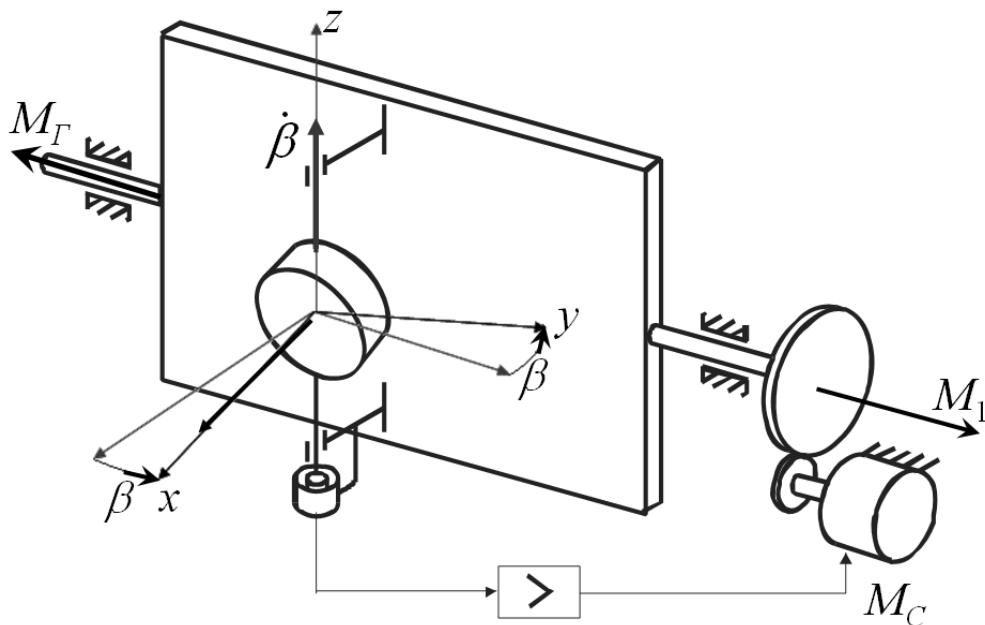


Рис. 1.3. Кинематическая схема второго этапа стабилизации

Последний прикладывает к платформе, направленный противоположно внешнему моменту, момент

$$M_c = i \cdot k_{dc} \cdot k_y \cdot k_{dy} \cdot \beta = K \cdot \beta,$$

где i – передаточное отношение редуктора; k_{dy} , k_y , k_{dc} – коэффициенты передачи двигателя стабилизации, усилителя и датчика угла соответственно; K – коэффициент усиления цепи стабилизации.

При этом суммарный момент, действующий на платформу, будет определяться разностью момента внешнего и моментов гироскопического и двигателя стабилизации:

$$\Delta M = M_1 - M_G - M_C.$$

Так как к воздействию на платформу внешнего момента M_1 добавилось воздействие момента M_C двигателя стабилизации, то угловая скорость прецессии на этом этапе уменьшится и будет определяться выражением

$$\dot{\beta} = \frac{M_1 - K \cdot \beta}{H}.$$

Следовательно, и на втором этапе суммарное воздействие на платформу

$$\Delta M = M_1 - H \cdot \frac{M_1 - K \cdot \beta}{H} - K \cdot \beta = 0,$$

однако достигается это совместным противодействием внешнему моменту со стороны гироскопа и двигателя.

На третьем этапе стабилизации при дальнейшем увеличении угла β момент M_C двигателя стабилизации возрастает до величины внешнего момента M_1 (рис. 1.4).

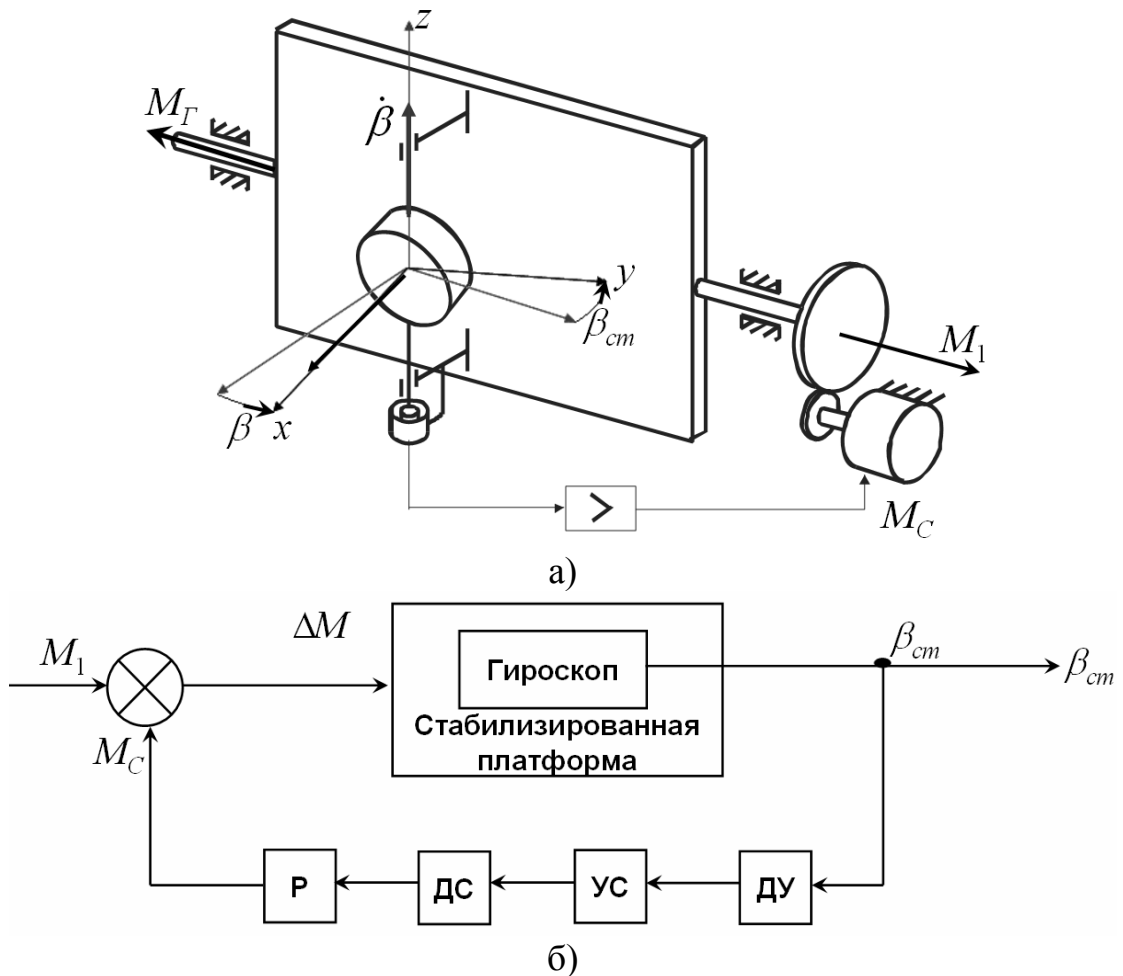


Рис. 1.4. Кинематическая схема и блок-схема третьего этапа стабилизации

При этом прецессия гироскопа прекратится, гироскопический момент M_G станет равным нулю, а воздействие на платформу целиком уравновесится двигателем стабилизации, т.е.

$$\Delta M = M_1 - M_C = M_1 - K \cdot \beta_{cm} = 0,$$

где β_{cm} – угол, на который повернулся гироскоп за время установления процесса стабилизации.

$$\beta_{cm} = \frac{M_1}{K}.$$

Таким образом, на последнем третьем этапе платформа стабилизируется только двигателем стабилизации. Процесс установления гироскопа в положение β_{cm} заканчивается за сотые доли секунды, а величина β_{cm} не превышает единиц градусов.

Так как в рамках прецессионного объяснения гироскоп безинерционен, то можно считать, что равенства

$$\Delta M = M_1 - M_G - M_C = 0;$$

$$\Delta M = M_1 - M_G = 0;$$

$$\Delta M = M_1 - M_C = 0$$

достигаются мгновенно и переходные процессы $M_G(t)$, $M_C(t)$, $M_I(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$ имеют вид (рис. 1.5 а)). С учетом инерционных свойств гиросtabilизатора переходные процессы будут иметь следующий вид (рис. 1.5 б)).

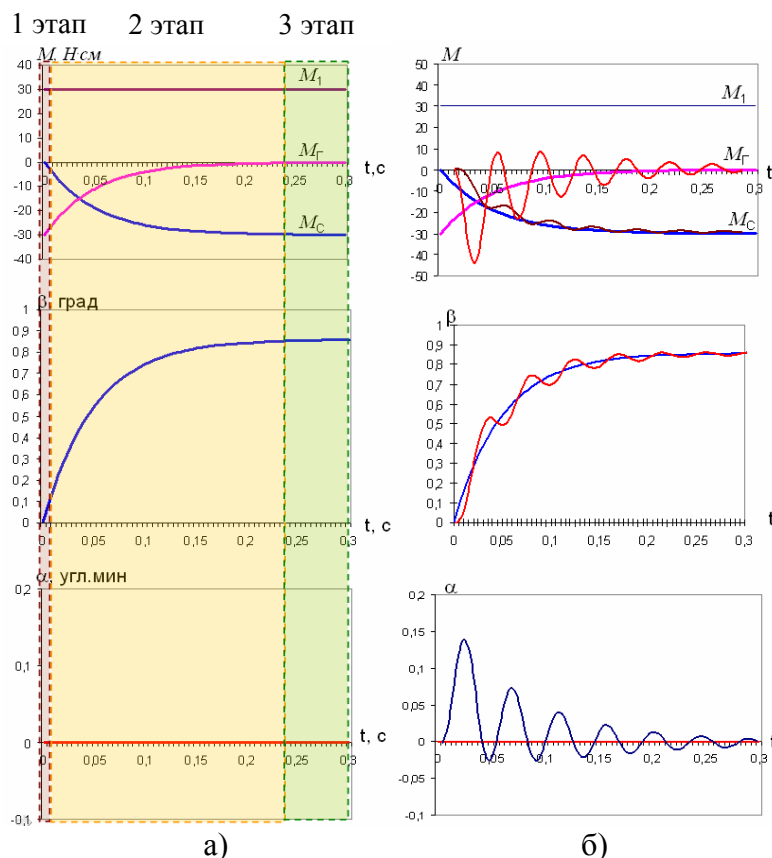


Рис. 1.5. Переходные процессы

Важнейшей особенностью рассмотренного процесса стабилизации является то, что внешний момент не вызывает непрерывной прецессии гироскопа, а лишь приводит к его повороту на угол β_{cm} , достаточный для формирования необходимой величины стабилизирующего момента. Тем самым устраняется возможность потери стабилизирующих свойств при длительном внешнем воздействии на платформу.

Так как гироскоп только на начальном этапе выполняет функции стабилизации, то в системе стабилизации может быть применен гироскоп с относительно небольшим кинетическим моментом. Чтобы угол β_{cm} при значительных возмущениях M_1 был малым, выбирают достаточно большой коэффициент усиления цепи стабилизации K .

Так как в рассмотренном процессе стабилизации гироскоп оказывает существенное силовое воздействие на платформу, то такие гиростабилизаторы будем называть силовыми.

1.1.1. Вывод уравнения движения гиростабилизатора на неподвижном основании

Кинематическая схема одноосного силового гиростабилизатора представлена на рисунке 1.6 а).

Введем следующие прямоугольные системы координат (рисунок 1.6 б)):

$O\xi\eta\zeta$ – система координат, связанная с основанием;

$Ox_n y_n z_n$ – система координат, связанная с платформой;

$Oxyz$ – система координат, связанная с гироскопом (гироузлом).

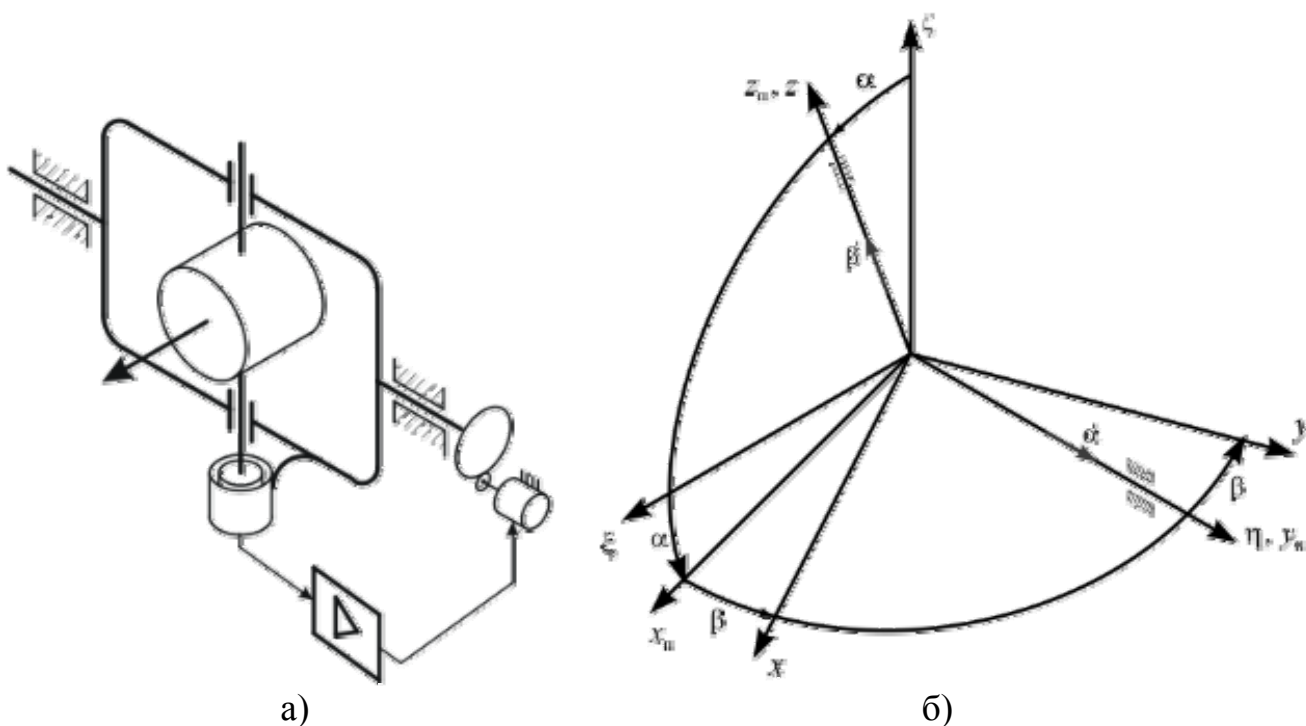


Рис. 1.6. Кинематическая схема одноосного силового ГС и системы координат

Обозначим:

α – угол поворота стабилизированной платформы относительно основания;

β – угол прецессии;

M_1, M_2 – возмущающие моменты относительно осей стабилизации и прецессии;

A – суммарный момент инерции стабилизированной платформы, гироскопа и ротора двигателя стабилизации приведенного к оси стабилизации относительно оси Oy_n ;

B – момент инерции гироскопа относительно оси прецессии;

H – кинетический момент гироскопа;

K – коэффициент усиления цепи стабилизации;

h – коэффициент демпфирования относительно оси стабилизации.

Демпфирование относительно оси стабилизации определяется в основном за счет демпфирования в двигателе стабилизации. Коэффициент демпфирования равен

$$h = i^2 \cdot h_{oc},$$

где h_{oc} – коэффициент демпфирования двигателя стабилизации, определяемый по нагрузочной характеристике двигателя.

Проекция угловой скорости платформы (рамы) на оси системы координат $Ox_n y_n z_n$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_{x_n} &= 0; \\ \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}; \\ \omega_{z_n} &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Проекция угловой скорости гироскопа на оси системы координат $Oxyz$ запишем

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\alpha} \sin \beta; \\ \omega_y &= \dot{\alpha} \cos \beta; \\ \omega_z &= \dot{\beta}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Для вывода уравнений движения одноосного силового гиросtabilизатора воспользуемся методом кинетостатики (рис. 1.7).

Сумма моментов относительно оси стабилизации равна

$$\begin{aligned} \sum mom_{y_n} &= 0; \\ -A\ddot{\alpha} - h\dot{\alpha} - H\dot{\beta} \cos \beta - K\beta + M_1 &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Сумма моментов относительно оси прецессии равна

$$\begin{aligned} \sum mom_z &= 0; \\ -B\ddot{\beta} + H\dot{\alpha} \cos \beta + M_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Перепишем уравнения (1.4) и (1.5) в виде

$$\begin{aligned} A \cdot \ddot{\alpha} + h \cdot \dot{\alpha} + H \cdot \dot{\beta} + K \cdot \beta &= M_1; \\ B \cdot \ddot{\beta} - H \cdot \dot{\alpha} &= M_2. \end{aligned} \quad (1.6)$$

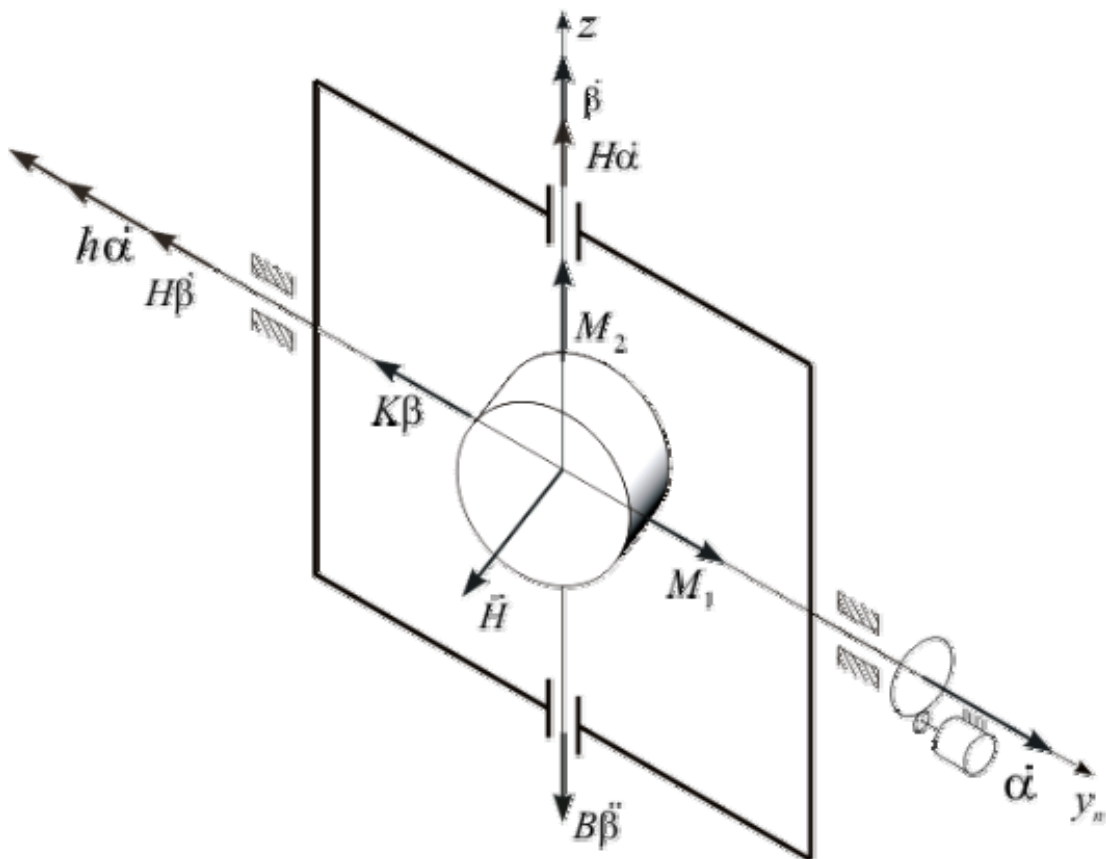


Рис. 1.7. Моменты по осям стабилизации и прецессии

К возмущающим моментам M_1 и M_2 относятся: моменты сил трения в осях подвеса платформы и осях прецессии, моменты от неуравновешенности платформы и гироскопа и др. Момент стабилизации в системе уравнений (1.6) принят без учета постоянных времени усилителя и двигателя.

1.1.2. Структурные схемы гиростабилизатора и его передаточные функции

В связи с тем, что гиростабилизатор представляет систему автоматического регулирования, в которой объектом регулирования является механическая часть (платформа с гироскопом и объект стабилизации), а регулятором – цепь стабилизации, составим его структурную схему. Для определения переходных процессов гиростабилизатора необходимо найти передаточные функции по отношению к возмущающим воздействиям $M_1(t)$ и $M_2(t)$. Передаточные функции можно найти из системы уравнений (1.6) движения гиростабилизатора или путем построения его структурных схем и последующего их преобразования. Воспользуемся вторым из указанных способов. Заметим, что построение структурной схемы гиростабилизатора весьма полезно также при решении различных задач анализа и синтеза.

Как известно, структурная схема системы автоматического регулирования дает графическое представление о зависимостях между изображениями по Лапласу для внешних возмущений и для переменных рассматриваемой системы. Поэтому для построения структурной схемы используются дифференциальные уравнения системы, записанные в изображениях по Лапласу.

Применим к уравнениям (1.6) преобразование по Лапласу, тогда, полагая начальные условия нулевыми, получим:

$$A \cdot p^2 \cdot \alpha(p) + h \cdot p \cdot \alpha(p) + H \cdot p \cdot \beta(p) + K \cdot \beta(p) = M_1(p);$$

$$B \cdot p^2 \cdot \beta(p) - H \cdot p \cdot \alpha(p) = M_2.$$

Разрешим первое уравнение относительно $\alpha(p)$, а второе относительно $\beta(p)$:

$$\alpha(p) = \frac{1}{A \cdot p^2} \cdot [M_1(p) - h \cdot p \cdot \alpha(p) - H \cdot p \cdot \beta(p) - K \cdot \beta(p)];$$

$$\beta(p) = \frac{1}{B \cdot p^2} \cdot [M_2(p) + H \cdot p \cdot \alpha(p)].$$

Далее каждое уравнение можно изобразить в виде некоторой блок-схемы; совокупность их представляет структурную схему гиросtabilизатора. Составленная подобным образом структурная схема приведена на рисунке 1.8. Внутри каждого звена записано выражение его передаточной функции. Переменные величины (α , β) и внешние возмущающие моменты (M_1 , M_2) даны в их изображениях по Лапласу, которые для простоты записи обозначены теми же буквами, что и сами оригиналы.

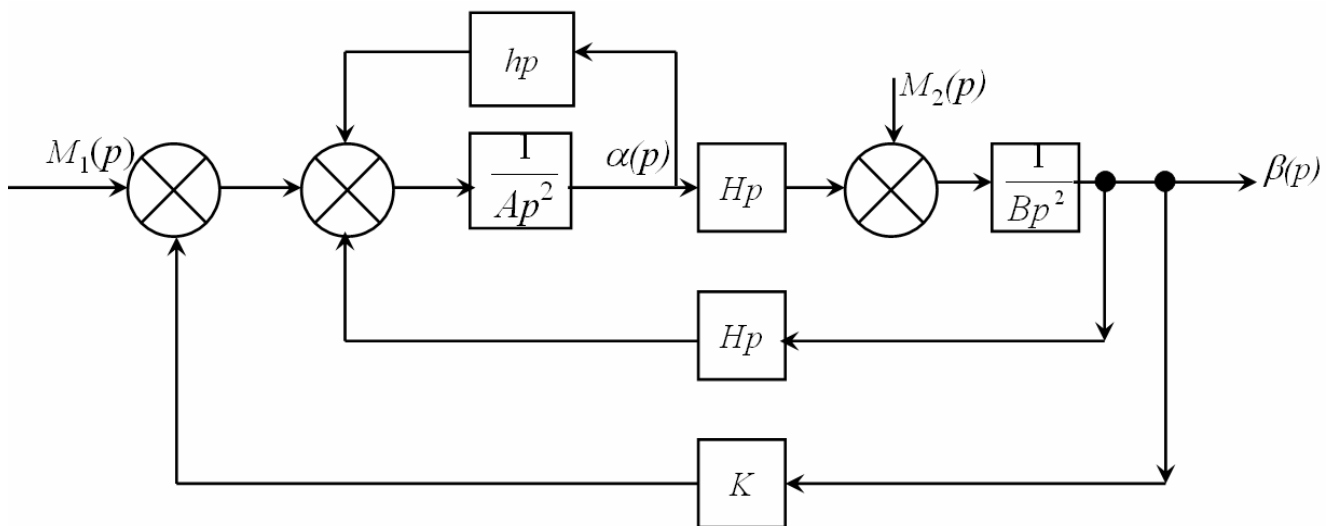


Рис. 1.8. Структурная схема силового гиросtabilизатора

Для определения передаточных функций гиросtabilизатора преобразуем его структурную схему с помощью правил, известных из теории автоматического регулирования. Для определения параметров гиросtabilизатора необходимо получить передаточные функции $W_{\alpha, M_1}(p)$, $W_{\alpha, M_2}(p)$, $W_{\beta, M_1}(p)$.

Чтобы определить передаточную функцию $W_{\alpha, M_1}(p)$ замкнутой системы гиросtabilизатора, преобразуем структурную (рис.1.8), полагая $M_2 = 0$ к виду, представленному на рисунке 1.9.

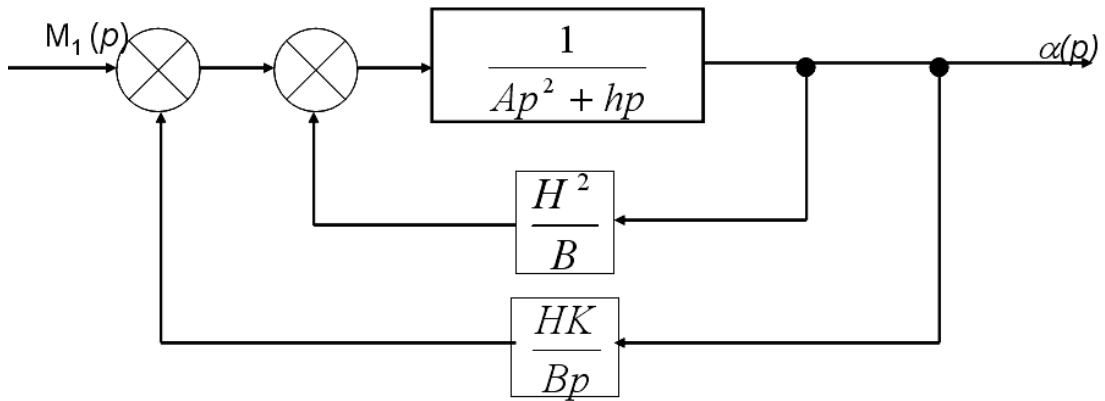


Рис. 1.9. Преобразованная структурная схема ГС (при $M_2=0$)

Из структурной схемы (рис.1.9) найдем передаточную функцию

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{1}{Ap^2 + hp} \cdot \frac{Bp}{1 + \frac{1}{Ap^2 + hp} \left(\frac{H^2}{B} + \frac{HK}{Bp} \right)} = \frac{Bp}{ABp^3 + Bhp^2 + H^2p + HK}. \quad (1.7)$$

Перейдем к определению передаточной функции $W_{\alpha, M_2}(p)$ гиросtabilизатора. Для этого структурную схему (рис.1.9) представим в виде, изображенном на рисунке 1.10.

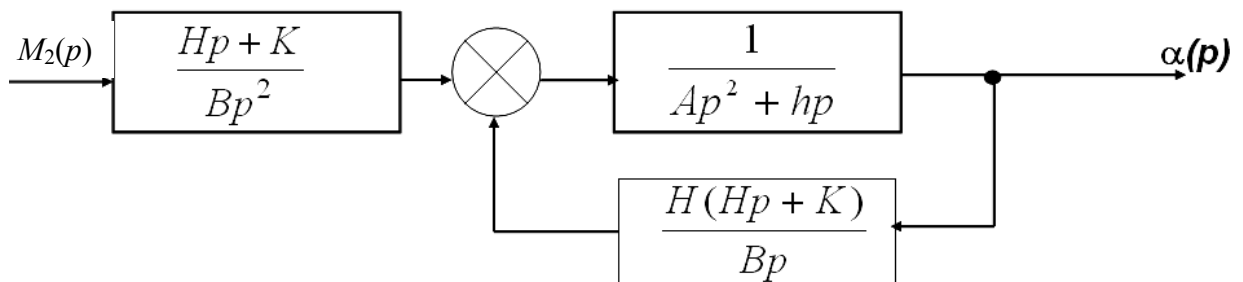


Рис. 1.10. Преобразованная структурная схема гиросtabilизатора (при $M_1=0$)

Передаточная функция равна

$$W_{\alpha, M_2}(p) = \frac{Hp + K}{Bp^2} W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{Hp + K}{p(ABp^3 + Bhp^2 + H^2p + HK)}. \quad (1.8)$$

На рисунке 1.11 изображена преобразованная структурная схема для определения передаточной функции $W_{\beta, M_1}(p)$.



Рис. 1.11. Преобразованная структурная схема ($M_2=0$)

Из рисунка 1.11 имеем

$$W_{\beta, M_1}(p) = \frac{H}{Bp} W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{H}{(ABp^3 + Bhp^2 + H^2 p + HK)}. \quad (1.9)$$

Из передаточных функций (1.7) и (1.9) следует, что при постоянном возмущающем моменте M_1 статическая ошибка по координате α отсутствует, т.е. $\alpha_{cm} = 0$, а угол поворота гиросузда определяется из выражения

$$\beta_{cm} = \frac{M_1}{K}.$$

Из передаточной функции (1.8) при постоянном или медленно меняющемся возмущающем моменте M_2 имеем

$$\dot{\alpha} = \frac{M_2}{H} = \omega_{op}.$$

Из выражения (1.11) следует, что при действии возмущающего момента по оси прецессии гироскопический стабилизатор вращается вокруг оси стабилизации с угловой скоростью, называемой **угловой скоростью дрейфа**.

1.1.3. Устойчивость одноосного силового гиросtabilизатора

При проектировании гиросtabilизатора необходимо обеспечить его устойчивость и требуемое качество стабилизации. Для получения условия устойчивости необходимо иметь характеристическое уравнение гиросtabilизатора. Последнее легко получить, зная выражение передаточной функции замкнутой системы гиросtabilизатора.

Для нахождения характеристического уравнения нужно приравнять нулю знаменатель передаточной функции замкнутой системы. Согласно (1.7), (1.8) или (1.9), а также принимая во внимание, что при составлении передаточных функций (1.7) и (1.9) числитель и знаменатель их были сокращены на оператор p , получим характеристическое уравнение замкнутой системы гиросtabilизатора в виде

$$(a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3) \lambda = 0, \quad (1.10)$$

где $a_0 = AB$, $a_1 = Bh$, $a_2 = H^2$, $a_3 = HK$.

Из уравнения (1.10) следует, что один корень этого уравнения $p = 0$. Это означает, что положение равновесия платформы стабилизатора является произвольным, т.е. платформа удерживает любое заданное начальное значение угла стабилизации. Поэтому для анализа устойчивости около положения равновесия можно воспользоваться характеристическим уравнением

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0,$$

Для определения соотношения между основными параметрами при котором гиросtabilизатор устойчив, воспользуемся критерием Гурвица:

$$a_i > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Положительность коэффициентов a_0, a_1, a_2 характеристического уравнения всегда выполняется. Положительность коэффициента $a_3 = HK$ выполняется при правильном подключении цепи стабилизации. Подставляя в условие $\Delta_2 > 0$ коэффициенты a_i , получим

$$hH - AK > 0,$$

откуда

$$h > \frac{AK}{H}. \quad (1.11)$$

Это условие было получено в 1943 г. В.И. Кузнецовым [4]. Из полученного условия следует, что устойчивость гиросtabilизатора может быть обеспечена за счет увеличения левой части, т.е. демпфирования по оси стабилизации или за счет увеличения знаменателя правой части.

Увеличение демпфирования по оси стабилизации может быть осуществлено за счет установки демпфирующего устройства или тахогенератора по оси стабилизации. Сигнал с тахогенератора после соответствующего усиления подается на двигатель стабилизации.

Уравнения движения одноосного силового гиросtabilизатора с демпфером по оси стабилизации имеют вид

$$A\ddot{\alpha} + (h + h_0)\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta = M_1;$$

$$B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} = M_2,$$

где h_0 – коэффициент демпфирования демпфера.

Условие устойчивости в этом случае будет

$$h + h_0 > \frac{AK}{H}.$$

Кинематическая схема гиросtabilизатора с тахогенератором по оси стабилизации представлена на рисунке 1.12.

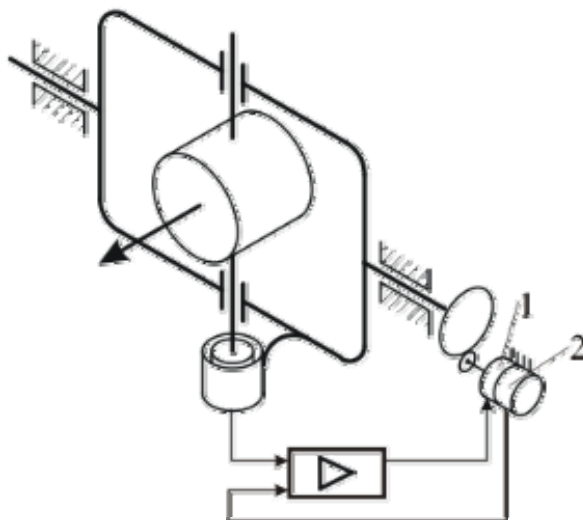


Рис. 1.12. Кинематическая схема ОГС с тахогенератором

Сигнал с тахогенератора 2, который конструктивно может быть изготовлен вместе с двигателем стабилизации (двигатель-генератор) после усиления поступает на двигатель стабилизации 1.

Уравнения движения гиросtabilизатора запишем

$$A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + i_{ТГ} \kappa_{ТГ} \kappa_{y1} \cdot \kappa_{oc} i \dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta = M_1;$$

$$B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} = M_2,$$

где $i_{ТГ}$, $\kappa_{ТГ}$, κ_{y1} – передаточное отношение редуктора, соединяющего ось стабилизации с тахогенератором; коэффициент передачи тахогенератора и коэффициент усиления усилителя соответственно.

Система уравнений записана без учета динамических характеристик тахогенератора и усилителя. Условие устойчивости гиросtabilизатора с тахогенератором по оси стабилизации имеет вид

$$h + h_1 > \frac{AK}{H},$$

где $h_1 = i_{ТГ} \kappa_{ТГ} \kappa_{y1} \kappa_{oc} i$ – коэффициент передачи тахометрической цепи.

Основным недостатком этих способов обеспечения устойчивости гиросtabilизатора является значительное увеличение возмущающих моментов по оси стабилизации при угловых колебаниях объекта вокруг оси стабилизации и, как следствие этого, увеличение момента двигателя стабилизации для парирования возмущений. Для уменьшения возмущающих моментов в схеме гиросtabilизатора с тахогенератором на объекте можно установить датчик угловой скорости (ДУС) (рис. 1.13), сигнал с которого после соответствующего усиления подается на двигатель стабилизации.

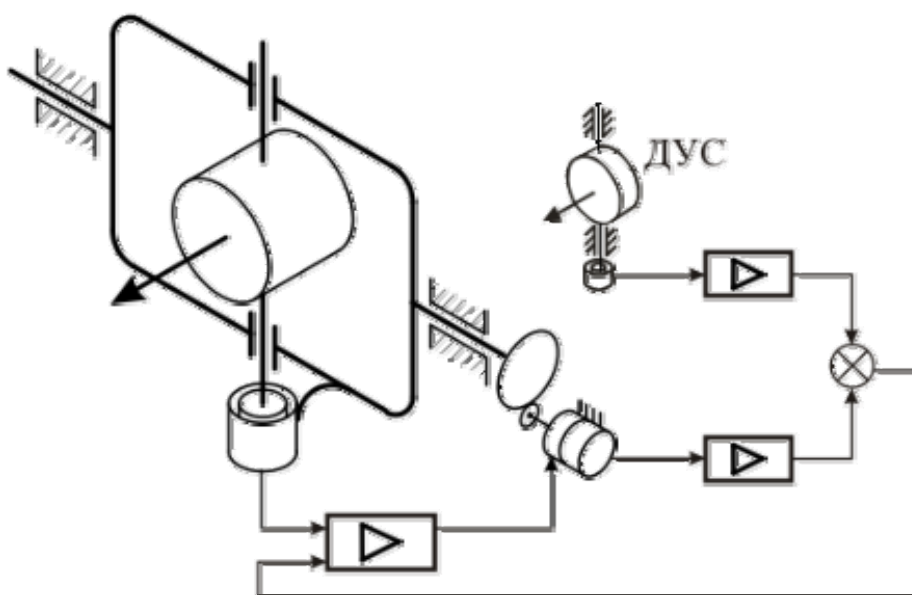


Рис. 1.13. Кинематическая схема одноосного гиросtabilизатора с компенсацией влияния углового движения вокруг оси стабилизации

Можно построить гиросtabilизатор на основе введения в канал управления сигнала с датчика угловой скорости, уставленного на стабилизированной платформе (рис. 1.14).

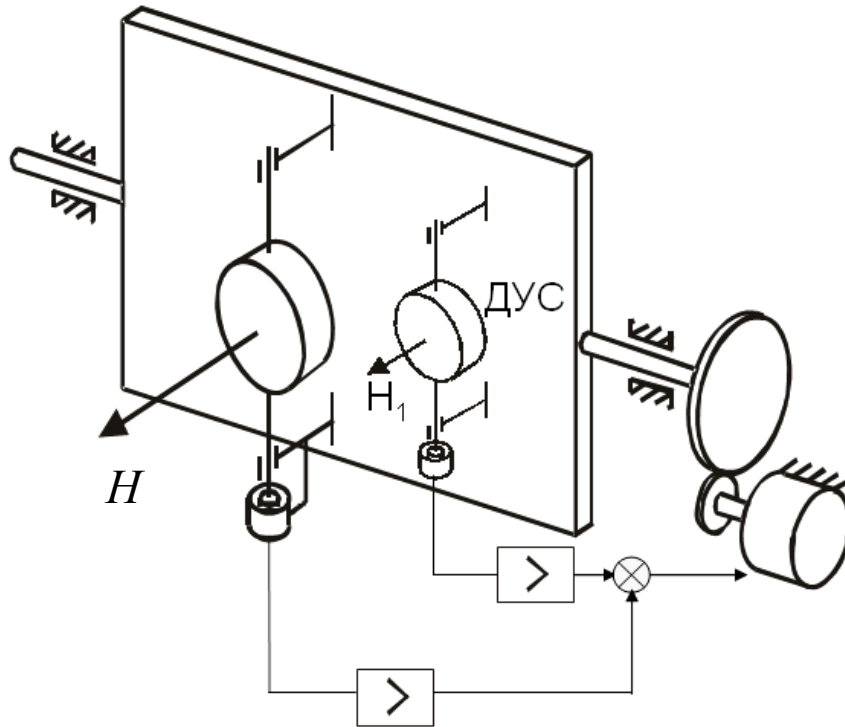


Рис. 1.14. Одноосный гиросtabilизатор, демпфированный сигналом с датчика угловой скорости

Уравнения движения гиросtabilизатора в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta + K_1\beta_1 &= M_1; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} &= M_2; \\ B_1\ddot{\beta}_1 + K_o\dot{\beta}_1 + K_n\beta_1 - H_1\dot{\alpha} &= M_3, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где H_1 – кинетический момент гироскопа датчика угловой скорости; K_1 – коэффициент усиления цепи демпфирования; β_1 – угол поворота гиросузла датчика угловой скорости; B_1 – момент инерция гиросузла датчика угловой скорости; K_o – коэффициент демпфирования по оси гиросузла датчика угловой скорости; K_n – коэффициент жесткости пружины; M_3 – возмущающий момент по оси гиросузла датчика угловой скорости.

Перепишем систему уравнений (1.12) в операторной форме $\left(p = \frac{d}{dt} \right)$:

$$\begin{aligned} (Ap^2 + hp)\alpha(p) + (Hp + K)\beta(p) + (H_1p + K_1)\beta_1(p) &= M_1(p); \\ Bp^2\beta(p) - Hp\alpha(p) &= M_2(p); \\ (B_1p^2 + K_o p + K_n)\beta_1(p) - H_1p\alpha(p) &= M_3(p). \end{aligned} \quad (1.13)$$

Структурная схема гиросtabilизатора представлена на рисунке 1.15.

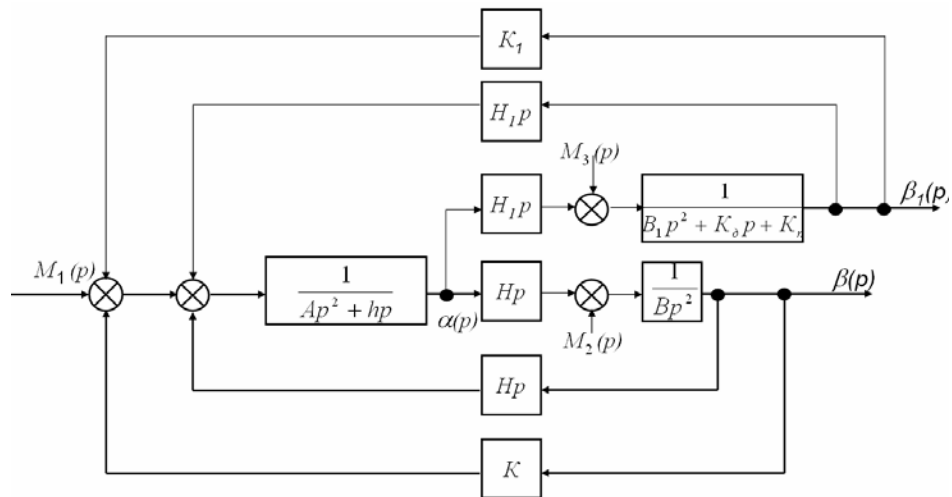


Рис. 1.15. Структурная схема гиросtabilизатора, демпфированного сигналом с датчика угловой скорости

Для получения передаточных функций гиросtabilизатора воспользуемся правилом Крамера. Главный определитель системы (1.13) имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} Ap^2 + hp & Hp + K & H_1p + K_1 \\ -Hp & Bp^2 & 0 \\ 0 & 0 & B_1p^2 + K_d + K_n \end{vmatrix} = p[ABB_1p^5 + (BB_1h + ABK_d)p^4 +$$

$$+ (H^2B_1 + BhK_d + ABK_n)p^3 + (HKK_1 + H_1K_1B + H^2K_d + BhK_n)p^2 +$$

$$+ (HKK_d + H^2K_n)p + HKK_n].$$

Определители замещения Δ_α , Δ_β , Δ_{β_1} , полученные путем замены соответствующего столбца колонкой правых частей уравнений (1.13) будут

$$\Delta_\alpha = \begin{vmatrix} M_1 & Hp + K & H_1p + K_1 \\ M_2 & Bp^2 & 0 \\ M_3 & 0 & B_1p^2 + K_d + K_n \end{vmatrix} = M_1Bp^2(B_1p^2 + K_dp + K_n) -$$

$$- M_2(Hp + K)(B_1p^2 + K_dp + K_n) - M_3Bp^2(H_1p + K_1);$$

$$\Delta_\beta = \begin{vmatrix} Ap^2 + hp & M_1 & H_1p + K_1 \\ -Hp & M_2 & 0 \\ -H_1p & M_3 & B_1p^2 + K_d + K_n \end{vmatrix} = M_1Hp(B_1p^2 + K_dp + K_n) -$$

$$- M_2[(Ap^2 + hp)(B_1p^2 + K_dp + K_n) + H_1p(H_1p + K_1)] - M_3Hp(H_1p + K_1);$$

$$\Delta_{\beta_1} = \begin{vmatrix} Ap^2 + hp & Hp + K & M_1 \\ -Hp & Bp^2 & M_2 \\ -H_1p & 0 & M_3 \end{vmatrix} = M_1H_1pBp^2 - M_2H_1p(Hp + K) +$$

$$+ M_3[Bp^2(Ap^2 + hp) + Hp(Hp + K)].$$

Используя полученные выражения для $\Delta, \Delta_\alpha, \Delta_\beta, \Delta_{\beta_1}$ передаточные функции будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 W_{\alpha, M_1}(p) &= \frac{Bp(B_1p^2 + K_\delta p + K_n)}{\Delta_1}; \\
 W_{\alpha, M_2}(p) &= -\frac{(Hp + K)(B_1p^2 + K_\delta p + K_n)}{p\Delta_1}; \\
 W_{\alpha, M_3}(p) &= -\frac{Bp(H_1p + K)}{\Delta_1}; \\
 W_{\beta, M_1}(p) &= \frac{H(B_1p^2 + K_\delta p + K_n)}{\Delta_1}; \\
 W_{\beta_1, M_1}(p) &= \frac{H_1Bp^2}{\Delta_1},
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

где $\Delta_1 = a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5$;

$$a_0 = ABB_1;$$

$$a_1 = BB_1h + ABK_y;$$

$$a_2 = HB_1 + BhK_\delta + ABK_n;$$

$$a_3 = HKK_1 + H_1K_1B + H^2K_\delta + BhK_n;$$

$$a_4 = HKK_\delta + H^2K_n;$$

$$a_5 = HKK_n.$$

Из передаточных функций (1.14) следует, что при действии постоянного возмущающего момента по оси стабилизации M_1 статистическая ошибка по углу α отсутствует, отклонение по координате β равно $\beta_{cm} = \frac{M_1}{K}$ и отклонение по координате β_1 также отсутствует. Возмущающий момент M_2 по оси прецессии вызывает движение гиросtabilизатора со скоростью

$$\omega_{op} = \frac{M_2}{H}.$$

Постоянный возмущающий момент M_3 по оси подвеса датчика угловой скорости не вызывает отклонений по оси стабилизации.

Из условия (1.11) следует, что устойчивость гиросtabilизатора может быть обеспечена за счет увеличения знаменателя правой части. Обратимся к системе уравнений движения гиросtabilизатора (1.6). Для определения влияния на условие устойчивости гироскопических моментов $H\dot{\alpha}, H\dot{\beta}$, пометим кинетический момент у гироскопического момента $H\dot{\beta}$ звёздочкой

$$A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H^*\dot{\beta} + K\beta = M_1;$$

$$B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} = M_2.$$

Откуда условие устойчивости будет иметь вид

$$h > \frac{AK}{H^*}. \quad (1.15)$$

Из условия (1.15) следует, что устойчивость гиросtabilизатора зависит от гироскопического момента $H\dot{\beta}$ и, следовательно, увеличение знаменателя условия (1.11) может быть реализовано за счет введения момента по оси стабилизации пропорционального $\dot{\beta}$. Реализация данного способа представлена на кинематической схеме (рис. 1.16). Сигнал с тахогенератора (ТГ), установленного по оси прецессии, после соответствующего усиления подается на двигатель стабилизации. Такой гиросtabilизатор назван **гиросtabilизатором на "малом" гироскопе**.

Уравнения движения гиросtabilизатора имеют вид

$$A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta + K_1\dot{\beta} = M_1;$$

$$B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} = M_2,$$

где K_1 – передаточный коэффициент тахогенератора и коэффициент усиления усилителя соответственно.

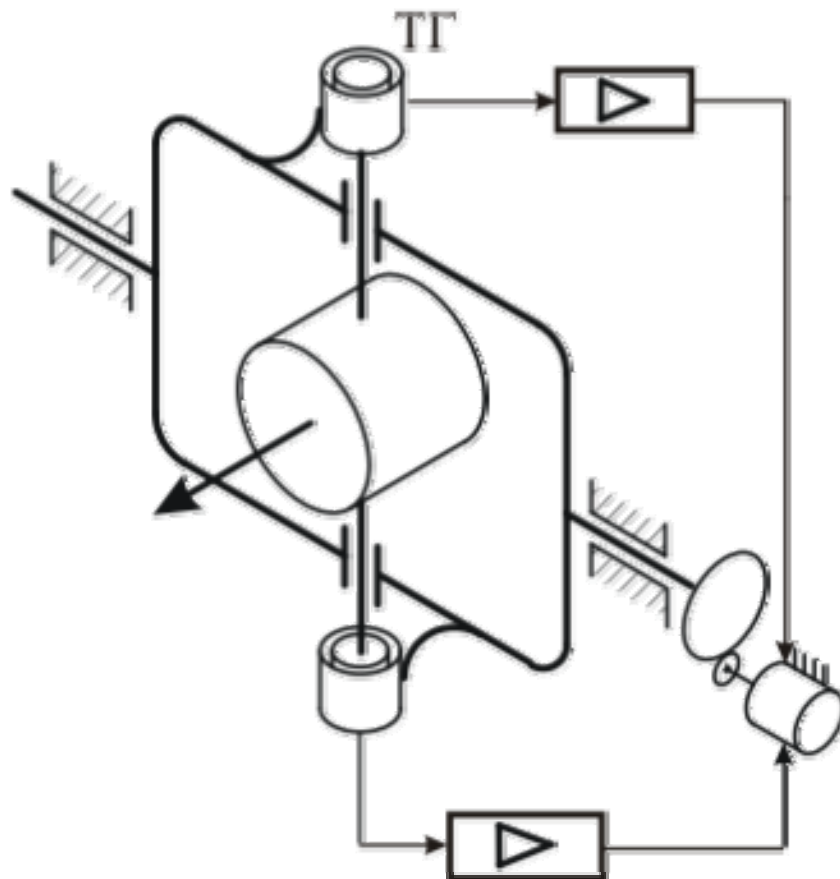


Рис. 1.16. Кинематическая схема гиросtabilизатора на «малом» гироскопе

Структурная схема гиросtabilизатора представлена на рисунке 1.17, где обозначено $K_1 = \kappa_{тг} \kappa_{y1} \kappa_{oc} i$ – коэффициент усиления тахометрической цепи.

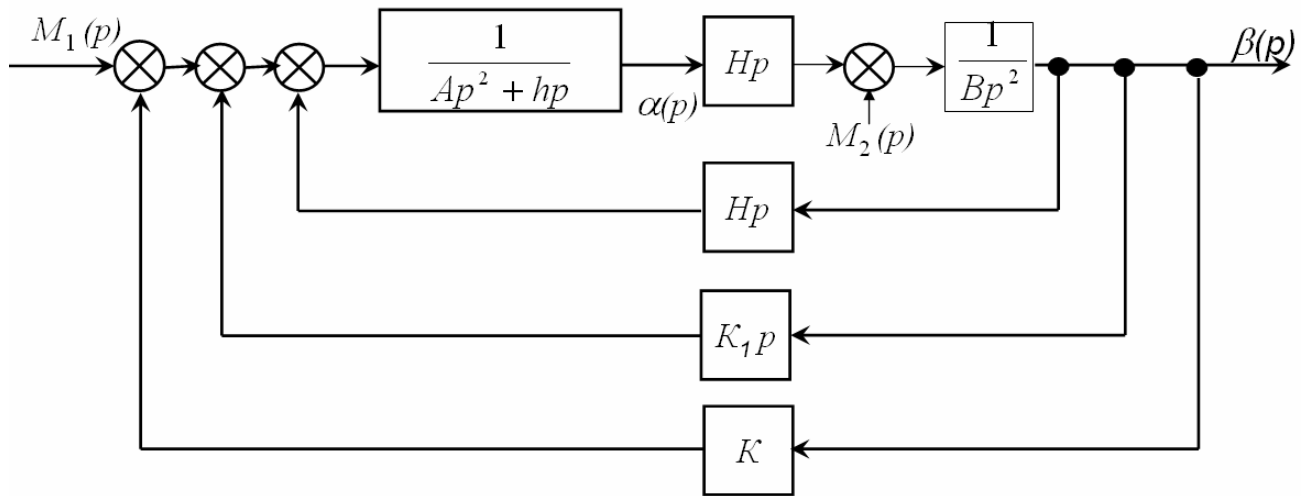


Рис. 1.17. Структурная схема гиросtabilизатора на «малом» гироскопе

Условие устойчивости гиросtabilизатора с тахогенератором по оси прецессии имеет вид

$$h > \frac{AK}{H + K_1}.$$

Таким образом, применяя подобный закон управления, можно обеспечить устойчивость гиросtabilизатора, что эквивалентно введению некоторого дополнительного "фиктивного" кинетического момента.

Как следует из условия (1.11), для того чтобы гиросtabilизатор был устойчив, коэффициент K не должен превышать некоторого критического значения. Кроме того, для обеспечения приемлемых динамических свойств гиросtabilизатора, например, достаточно быстрого затухания его собственных колебаний, необходимо обеспечить определенные запасы устойчивости, что накладывает дополнительное ограничение на величину K . В то же время, чтобы повысить точность стабилизации, необходимо K увеличивать. Это противоречие разрешают обычным для систем автоматического управления способом: выбирают K исходя из требуемой точности стабилизации, а устойчивость гиросtabilизатора обеспечивают путем введения в цепь стабилизации соответствующих корректирующих контуров. Тип и параметры корректирующих контуров зависят от параметров механической части гиросtabilизатора, от требований к его точности и динамическим характеристикам.

При выборе вида и параметров корректирующего контура обычно применяют логарифмические частотные характеристики. В качестве критерия устойчивости при этом используется частотный критерий (критерий Найквиста), позволяющий по характеристикам разомкнутой системы судить об ее устойчивости в замкнутом состоянии. Согласно структурной схеме (рис. 1.8) структурную схему разомкнутого по цепи стабилизации гиросtabilизатора представим в виде

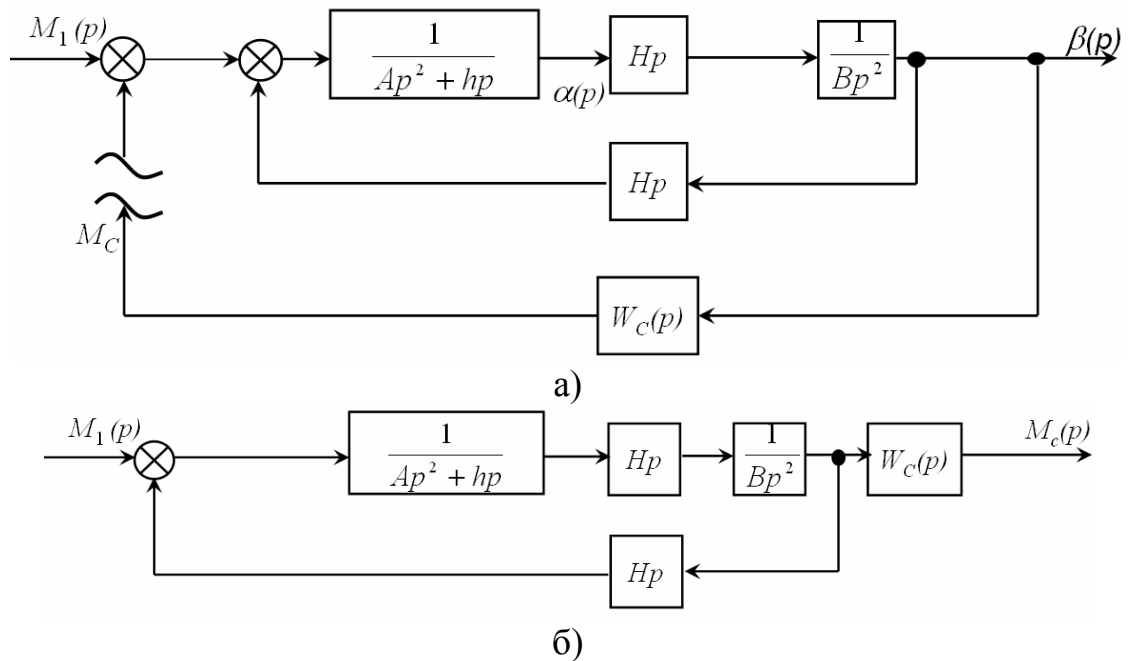


Рис. 1.18. Структурная схема разомкнутого гиросtabilизатора

Передаточная функция разомкнутого гиросtabilизатора будет

$$W_p(p) = \frac{1}{Hp \left(\frac{AB}{H^2} p^2 + \frac{Bh}{H^2} p + 1 \right)} W_c(p), \quad (1.16)$$

где $W_c(p)$ – передаточная функция цепи стабилизации и равна

$$W_c(p) = \frac{K}{(T_\partial p + 1)(T_{\partial\partial} p + 1)} W_{\text{кк}}(p),$$

где $W_{\text{кк}}(p)$ – передаточная функция корректирующего контура, вид и параметры которого необходимо определить.

Введем обозначения

$$\frac{Bh}{H^2} = 2T\xi; \quad \nu^2 = \frac{1}{T^2} = \frac{H^2}{AB},$$

где ν – частота нутационных колебаний разомкнутого гиросtabilизатора, ξ – относительный коэффициент демпфирования, тогда передаточная функция (1.16) будет

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp(T^2 p^2 + 2T\xi p + 1)(T_y p + 1)(T_{\partial\partial} p + 1)}. \quad (1.17)$$

Относительный коэффициент демпфирования $\xi = \frac{h}{2H} \sqrt{\frac{B}{A}}$ в силовом гиросtabilизаторе, как правило, меньше 0.01, так как обычно $h \ll H$ и $B \ll A$. При отсутствии корректирующего контура и безынерционной цепи стабилизации ($W_c(p) = K$) амплитудно-частотная (L) и фазо-частотная (φ) характеристики разомкнутого гиросtabilизатора имеет вид, представленный на рисунке 1.19, а). Согласно критерию устойчивости гиросtabilизатор неустойчив (см. рис. 1.19, а)).

В качестве корректирующих контуров в гироскопическом стабилизаторе, имеющем частотную характеристику, представленную на рисунке 1.19, а), используется неминимально-фазовое звено типа фазовращателя

$$W_{kk}(p) = \frac{1 - T_k p}{1 + T_k p}$$

или аperiodические звенья $W_{kk}(p) = \frac{1}{(1 + T_k p)^2}$.

Указанные корректирующие звенья реализуются либо пассивными схемами, либо с применением операционных усилителей.

С учетом коррекции частотная характеристика разомкнутой системы имеет вид, представленный на рисунке 1.19, б) – для неминимально-фазового звена и на рисунке 1.20, б) – для аperiodических звеньев.

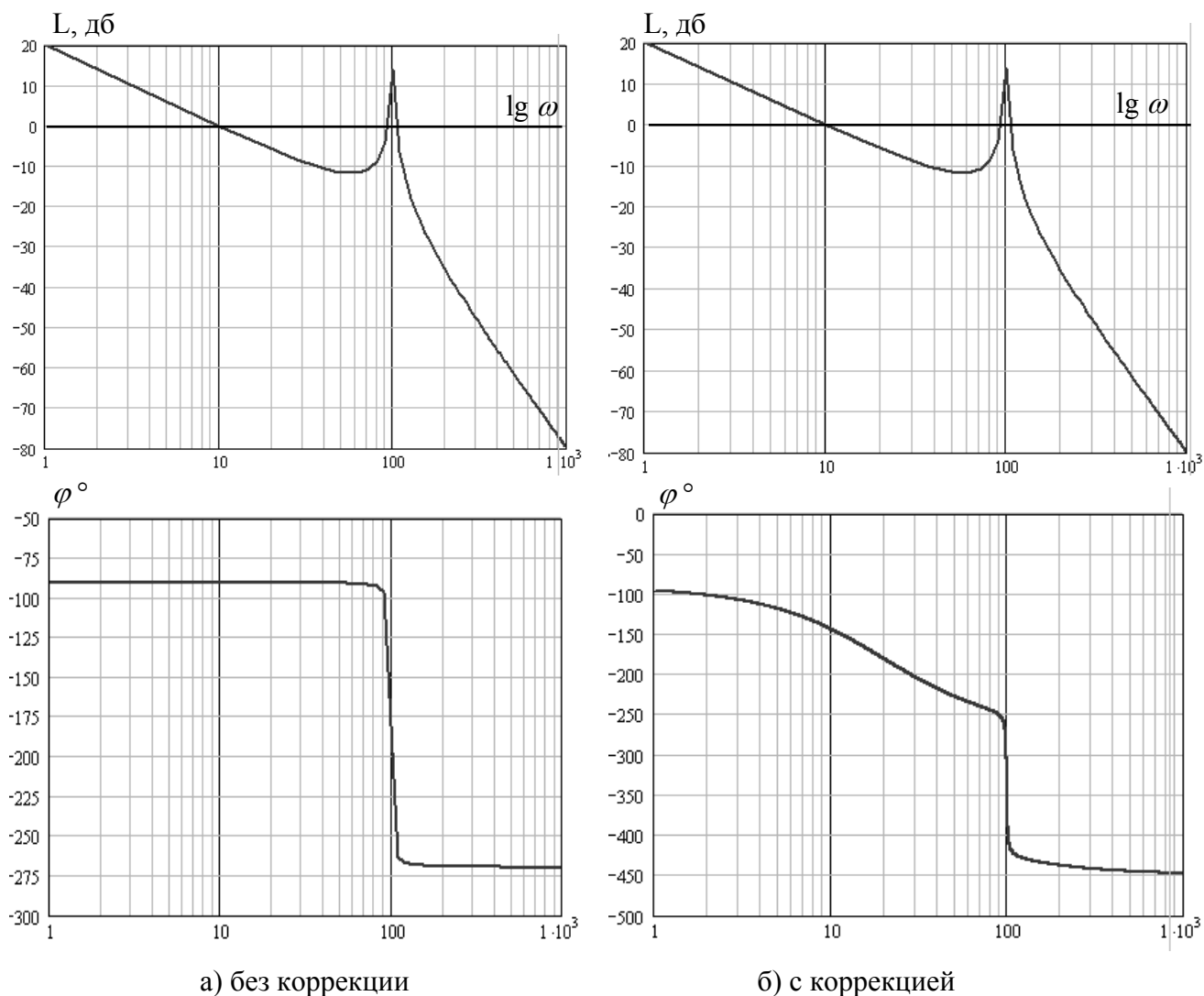


Рис. 1.19. Частотные характеристики

силового гиросtabilизатора при $W_{kk}(p) = \frac{1 - T_k p}{1 + T_k p}$

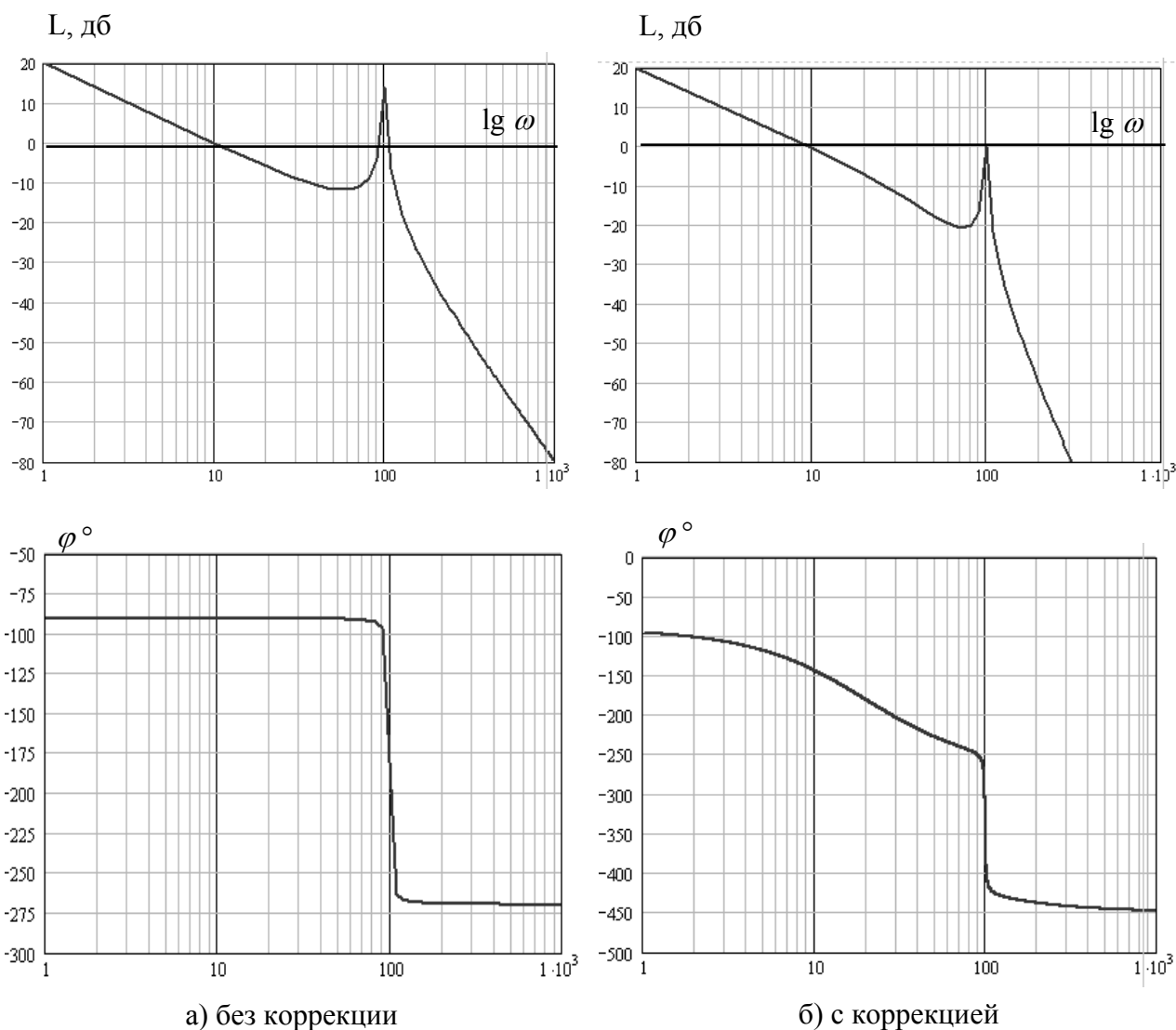


Рис. 1.20. Частотная характеристика силового

гиростабилизатора при $W_{kk}(p) = \frac{1}{(1 + T_k p)^2}$

Для определения условия устойчивости гиростабилизатора с неминимально-фазовым корректирующим контуром подставим в характеристическое уравнение (1.10) вместо K выражение $\frac{K(1 - T_k p)}{1 + T_k p}$.

Тогда характеристическое уравнение будет иметь вид

$$ABT_k \lambda^4 + (AB + BhT_k) \lambda^3 + (Bh + H^2 T_k) \lambda^2 + (H^2 - HKT_k) \lambda + HK = 0. \quad (1.18)$$

Учитывая, что $A \gg hT_k$, $H^2 T_k \gg Bh$, характеристическое уравнение (1.18) запишем

$$b_0 \lambda^4 + b_1 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_3 \lambda + b_4 = 0,$$

где

$$\begin{aligned} b_0 &= AB T_k; \\ b_1 &= AB; \\ b_2 &= H^2 T_k; \\ b_3 &= H^2 - HK T_k; \\ b_4 &= HK. \end{aligned}$$

Из условия $a_3 > 0$ имеем условие устойчивости

$$T_k < \frac{H}{K}. \quad (1.19)$$

Из условия

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^3 - a_1^2 a_4 > 0$$

имеем

$$-HK T_k^3 + H^2 T_k^2 + AB > 0. \quad (1.20)$$

Полагая левую часть неравенства (1.20) функцией постоянной времени корректирующего контура T_k и приравнявая ее нулю, получим

$$f(T_k) = 0, \quad (1.21)$$

которая графически изображена на рисунке 1.21.

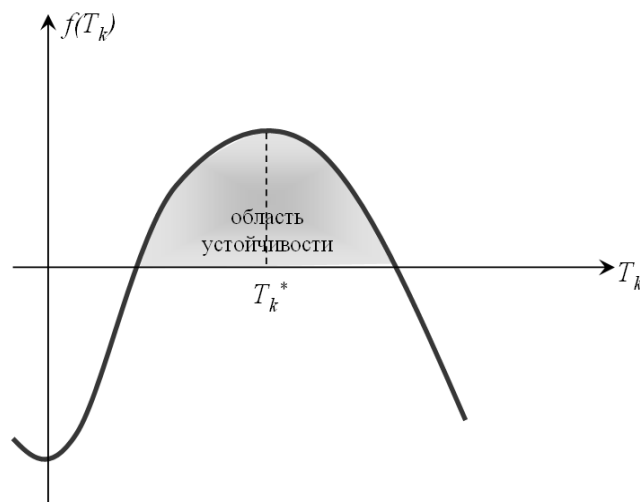


Рис. 1.21. Зависимость функции $f(T_k)$

Пользуясь равенством (1.21), определим величину постоянной времени T_k , соответствующую максимальному запасу устойчивости системы. Дифференцируя (1.21) по параметру T_k и приравнявая полученное выражение нулю, получим

$$2H^2 T_k - 3HK K_k^2 = 0.$$

Из последнего уравнения имеем

$$T_k^* = \frac{2H}{3K}, \quad (1.22)$$

где T_k^* - значение постоянной времени неминимально-фазового корректирующего контура, соответствующее максимальному запасу устойчивости системы.

С увеличением отношения $\frac{K}{H}$, а также с увеличением момента инерции гиросtabilизатора частотные характеристики имеют вид (рис. 1.22). В этом случае в цепь стабилизации необходимо включить корректирующий контур с передаточной функцией

$$W_{kk}(p) = \frac{T_1 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1}{T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1}.$$

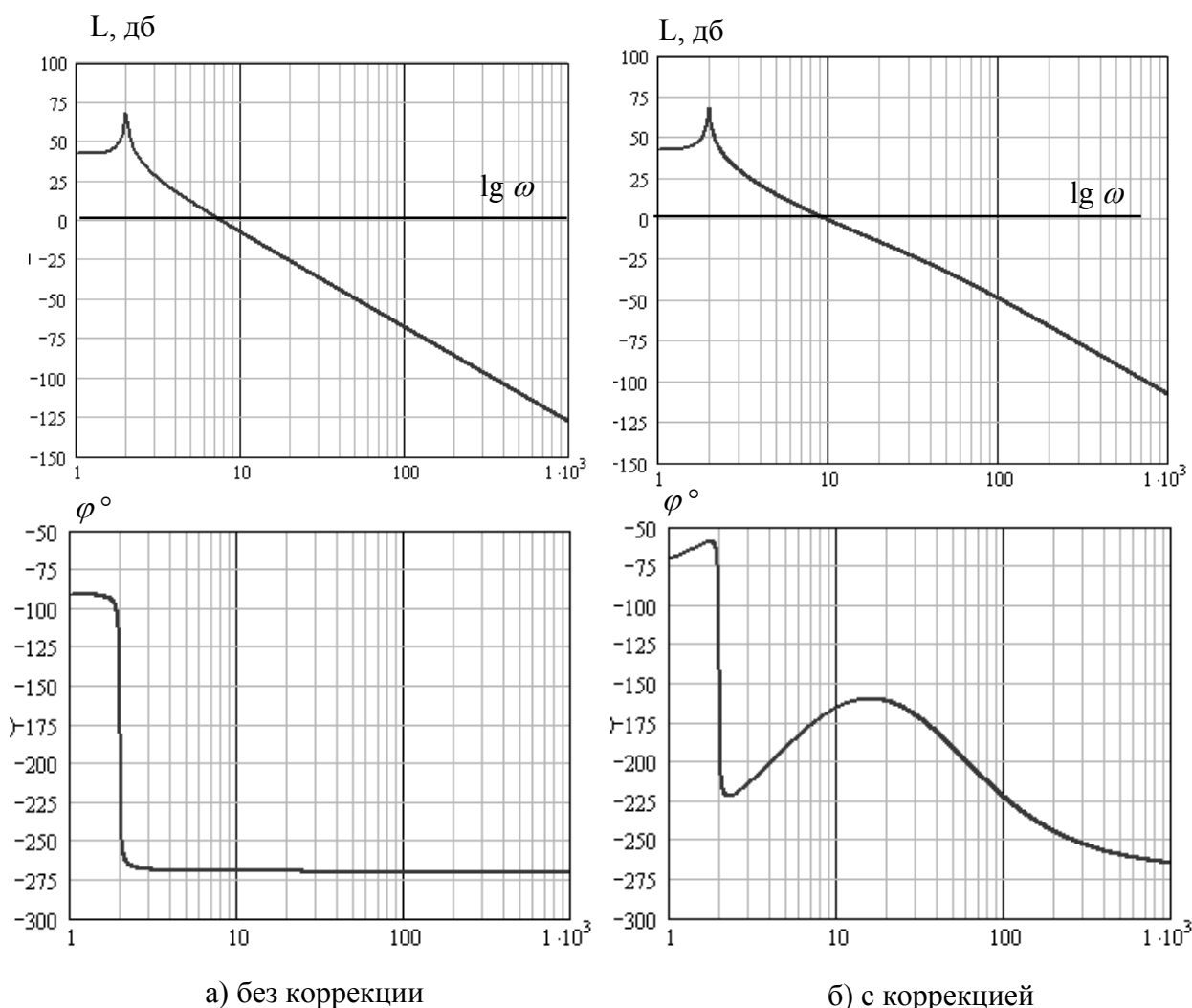


Рис. 1.22. Частотные характеристики

силового гиросtabilизатора при $W_{kk}(p) = \frac{T_1 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1}{T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1}$

1.1.4. Вывод уравнений движения одноосного силового гиросtabilизатора на подвижном основании

Пусть основание, на которой установлен одноосный гиросtabilизатор совершает угловое движение, проекции угловой скорости которого на оси системы координат $O\xi\eta\zeta$ обозначим $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ (рис. 1.23).

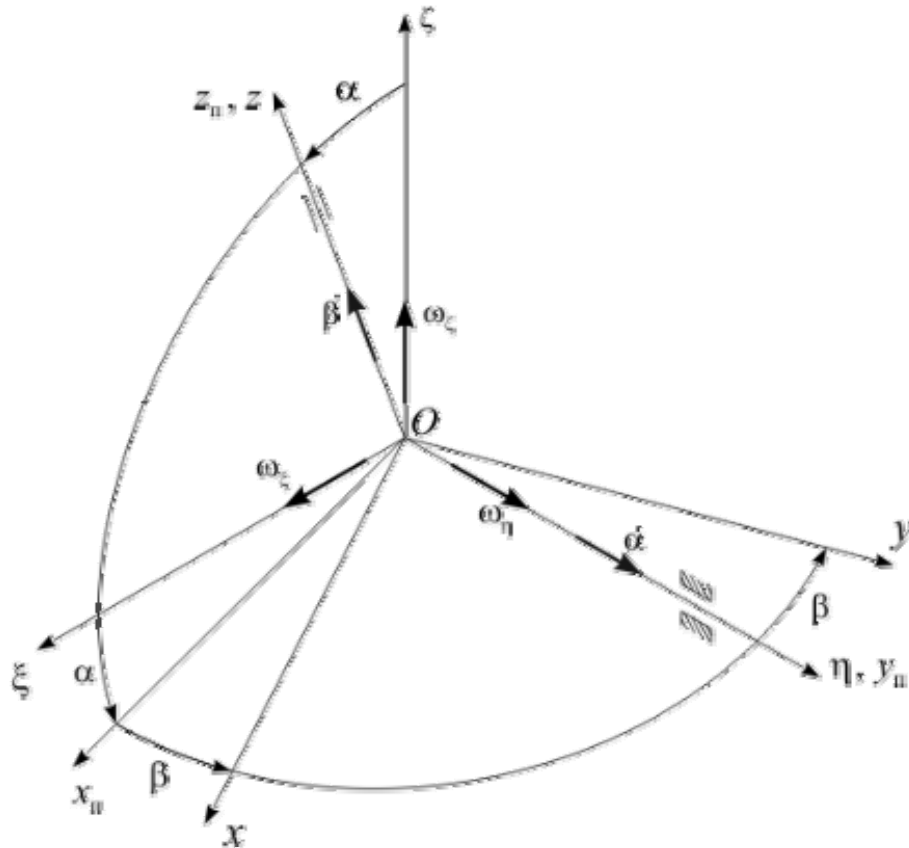


Рис. 1.23. Системы координат

Проекции угловой скорости платформы (рамы) на оси системы координат $Ox_ny_nz_n$ имеют вид:

$$\omega_{x_n} = \omega_\xi \cos \alpha - \omega_\zeta \sin \alpha ;$$

$$\omega_{y_n} = \dot{\alpha} + \omega_\eta ;$$

$$\omega_{z_n} = \omega_\zeta \cos \alpha + \omega_\xi \sin \alpha .$$

Проекции угловой скорости гиروزла на оси системы координат $Oxyz$ запишем

$$\omega_x = \omega_{x_n} \cos \beta + \omega_{y_n} \sin \beta ;$$

$$\omega_y = \omega_{y_n} \cos \beta - \omega_{x_n} \sin \beta ;$$

$$\omega_z = \dot{\beta} + \omega_{z_n} .$$

Введем обозначения:

B, C, D – моменты инерции гиروزла относительно осей z, x, y ;

$I_{x_n}, I_{y_n}, I_{z_n}$ – моменты инерции платформы (рамы) относительно осей x_n, y_n, z_n .

Для вывода уравнений движения одноосного силового гиросtabilизатора воспользуемся методом кинестатики. Сумма моментов по оси прецессии (рис. 1.24)

$$\sum mom_z = 0,$$

$$-B\dot{\omega}_z + H\omega_y - (D-C)\omega_x\omega_y + M_2 = 0.$$

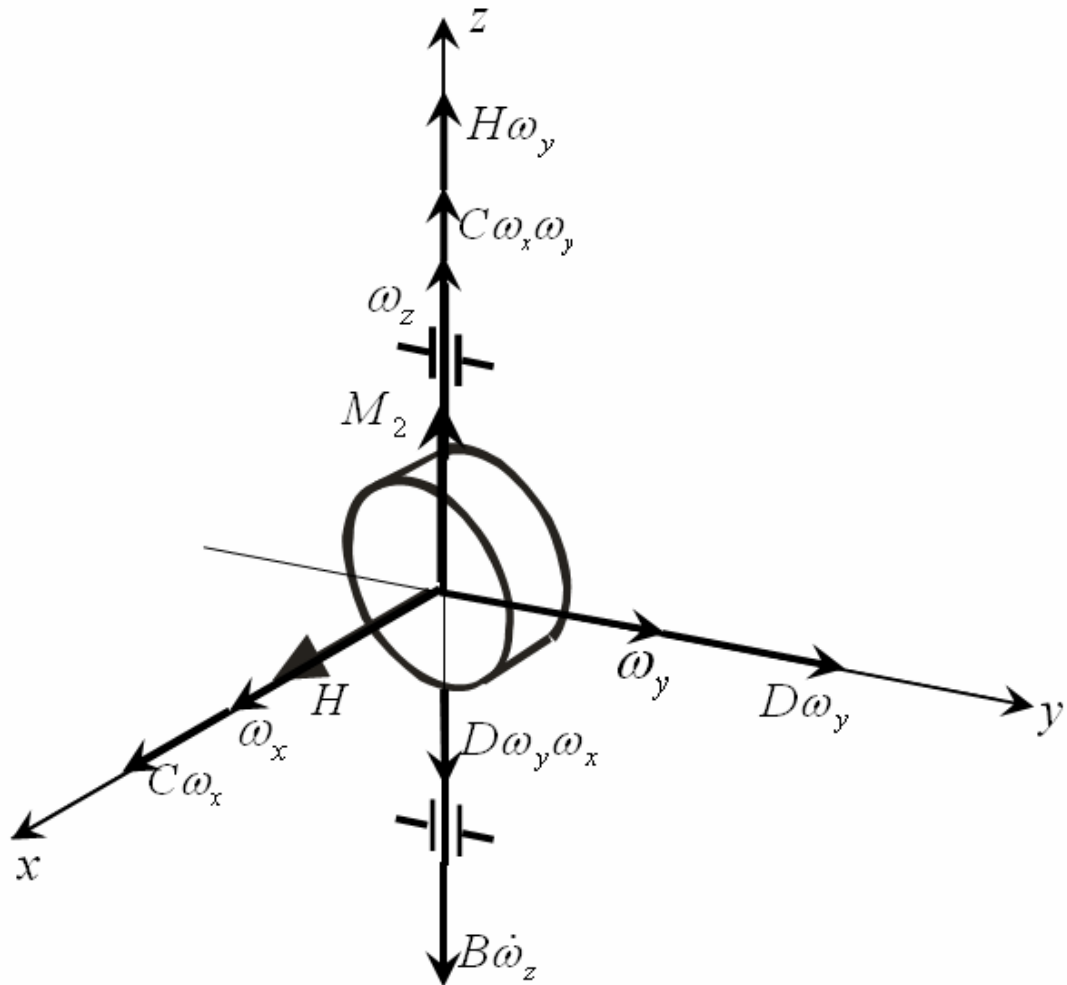


Рис. 1.24. Моменты по оси прецессии

Сумма моментов по оси стабилизации (рис. 1.25)

$$\sum mom_{y_n} = 0,$$

$$-(J_{y_n} + J_p i^2)\dot{\omega}_{y_n} - (J_{x_n} - J_{z_n})\omega_{x_n}\omega_{z_n} - H\omega_z \cos \beta - C\dot{\omega}_x \sin \beta - D\dot{\omega}_y \cos \beta +$$

$$+ (B-C)\omega_x \omega_z \cos \beta + (D-B)\omega_y \omega_z \sin \beta - h\dot{\alpha} - M_T \text{sign} \dot{\alpha} + J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta - M_c + M_1 = 0,$$

где $J_p i^2$ – приведенный к оси стабилизации момент инерции ротора двигателя стабилизации; $J_p i(i \pm 1)\omega_\eta$ – инерционный момент, возникающий за счет обкатки ротора двигателя стабилизации (знаки “+” или “-” выбираются в зависимости от числа зубчатых зацеплений между осью двигателя стабилизации); M_T – момент сил сухого трения относительно оси стабилизации.

Перепишем полученную систему уравнений с учётом выражений для $\omega_x, \omega_y, \omega_z$

$$(J_{y_n} + D \cos^2 \beta + C \sin^2 \beta) \dot{\omega}_{y_n} + H \dot{\beta} \cos \beta + H \omega_{z_n} \cos \beta - [J_{x_n} - J_{y_n} - (C - B) \cos^2 \beta] \omega_{x_n} \omega_{z_n} +$$

$$+ \frac{C - D}{2} \omega_{x_n} \sin 2\beta + [(C - D)(\omega_{y_n} \sin 2\beta + \omega_{x_n} \cos 2\beta) - B \omega_{x_n}] \dot{\beta} =$$

$$= -M_C - h \dot{\alpha} - J_p i^2 \dot{\omega}_{y_n} + J_p i(i \pm 1) \dot{\omega}_\eta - M_T \text{sign} \dot{\alpha} + M_1;$$

$$B \ddot{\beta} + B \dot{\omega}_{z_n} - (C - D) \left(\frac{\omega_{y_n}^2 - \omega_{z_n}^2}{2} \sin 2\beta + \omega_{x_n} \omega_{y_n} \cos 2\beta \right) - H \omega_{y_n} \cos \beta + H \omega_{x_n} \sin \beta = M_2.$$

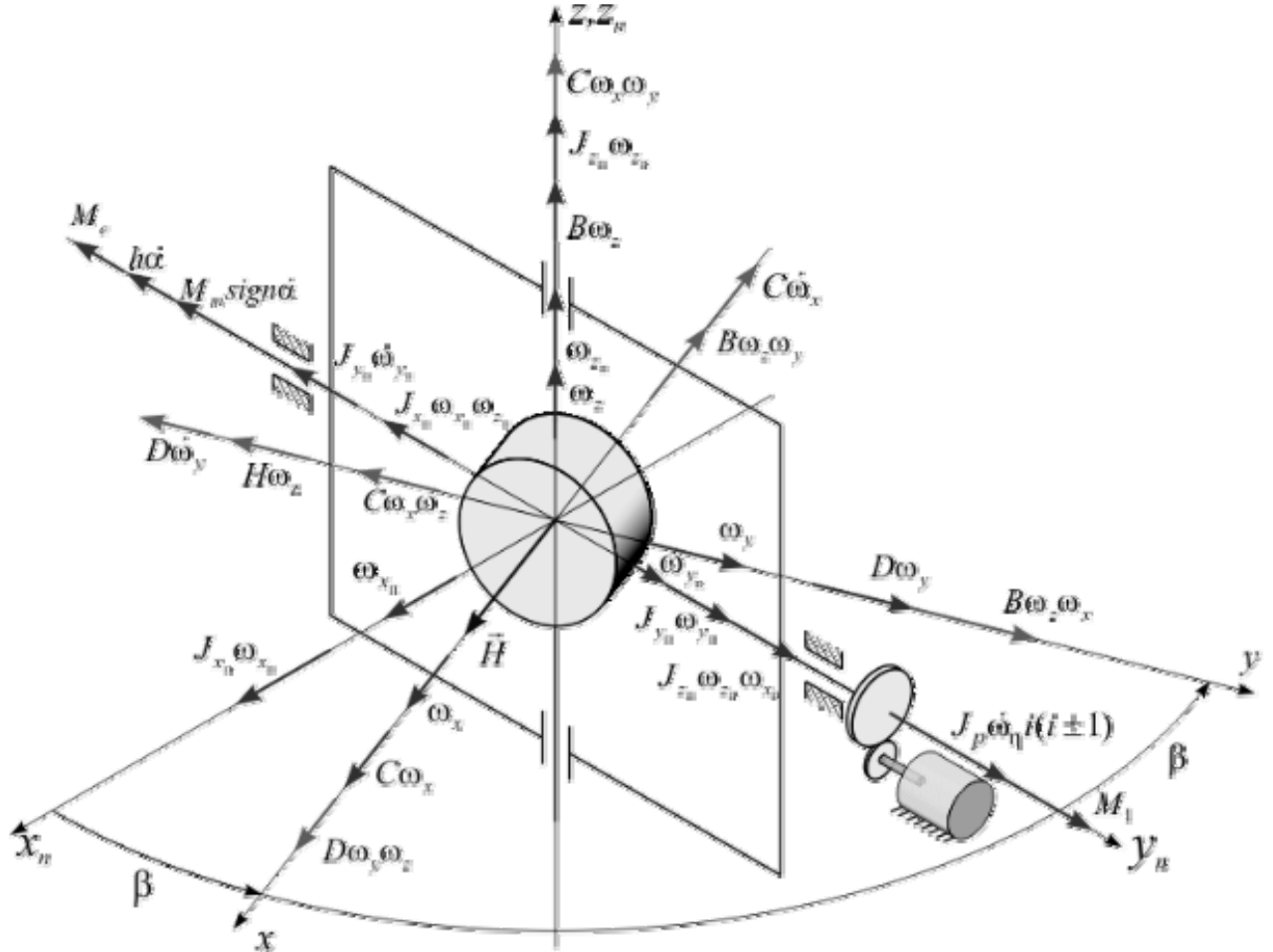


Рис. 1.25. Моменты по оси стабилизации

Обозначив $J_{y_n} + D \cos^2 \beta + C \sin^2 \beta + J_p i^2 = A$ и учитывая, что угол прецессии β не превышает $2 \div 3^\circ$, получим

$$A \dot{\omega}_{y_n} + H \dot{\beta} + H \omega_{z_n} - [J_{x_n} - J_{y_n} - C + B] \omega_{x_n} \omega_{z_n} + (C - D) \omega_{x_n} \beta +$$

$$+ [(C - D)(\omega_{y_n} \sin 2\beta + \omega_{x_n} \cos 2\beta) - B \omega_{x_n}] \dot{\beta} =$$

$$= -M_C - h \dot{\alpha} - J_p i^2 \dot{\omega}_{y_n} + J_p i(i \pm 1) \dot{\omega}_\eta - M_T \text{sign} \dot{\alpha} + M_1; \quad (1.23)$$

$$B \ddot{\beta} + B \dot{\omega}_{z_n} - (C - D)(\omega_{y_n}^2 - \omega_{z_n}^2) \beta - (C - D) \omega_{x_n} \omega_{y_n} - H \omega_{y_n} + H \omega_{x_n} \beta = M_2.$$

Для реальных параметров гиросtabilизатора и реальных значений скоростей углового движения объекта выполняются следующие неравенства:

$$\begin{aligned}
 H &\gg [(C - D)(\omega_{y_n} 2\beta + \omega_{x_n}) - B\omega_{x_n}] \\
 H &\gg (C - D)\omega_{x_n}; \\
 H\omega_{x_n} &\gg (C - D)(\omega_{y_n}^2 - \omega_{x_n}^2); \\
 K &\gg (C - D)\dot{\omega}_{x_n}.
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

С учетом неравенств (1.24) уравнения (1.23) будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 A\dot{\omega}_{y_n} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_C - [J_{x_n} - J_{y_n} - C + B]\omega_{x_n}\omega_{z_n} &= \\
 = -H\omega_{z_n} + J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta - M_T \text{sign}\dot{\alpha} + M_1; & \\
 B\ddot{\beta} + B\dot{\omega}_{z_n} - H\omega_{y_n} + H\omega_{x_n}\beta &= M_2.
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

Рассмотрим частные случаи движения:

а) Угловое движение вокруг оси прецессии: $\omega_\xi = \omega_\eta = 0$; $\omega_\zeta \neq 0$; $\alpha(0) = 0$.

В этом случае $\omega_{x_n} = -\omega_\zeta \sin \alpha$; $\omega_{y_n} = \dot{\alpha}$; $\omega_{z_n} = \omega_\zeta \cos \alpha$ или учитывая, что угол α мал $\omega_{x_n} = -\omega_\zeta \alpha$; $\omega_{y_n} = \dot{\alpha}$; $\omega_{z_n} = \omega_\zeta$.

Уравнения движения гиросtabilизатора в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned}
 A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_C + M_T \text{sign}\dot{\alpha} + (J_{x_n} - J_{y_n} - C + B)\omega_\zeta^2 \alpha &= M_1 - H\omega_\zeta; \\
 B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} + H\omega_\zeta \alpha \beta &= M_2 - B\dot{\omega}_\zeta.
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

Из уравнения (1.26) видно, что при угловом движении основания со скоростью ω_ζ прикладывается момент вокруг оси стабилизации $H\omega_\zeta$. Этот момент нагружает цепь стабилизации, что приводит к увеличению динамических ошибок гиросtabilизатора, к увеличению габаритов и веса двигателя стабилизации и увеличению потребляемой мощности.

б) Угловое движение вокруг оси кинетического момента: $\omega_\xi \neq 0$; $\omega_\eta = \omega_\zeta = 0$; $\alpha(0) = 0$.

В этом случае $\omega_{x_n} = \omega_\xi$; $\omega_{y_n} = \dot{\alpha}$; $\omega_{z_n} = \omega_\xi \alpha$.

Уравнения движения гиросtabilизатора в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned}
 A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_C + H\omega_\xi \alpha + M_T \text{sign}\dot{\alpha} - (J_{x_n} - J_{y_n} - C - B)\omega_\xi^2 \alpha &= M_1; \\
 B\ddot{\beta} + B\dot{\omega}_\xi \alpha + B\omega_\xi \dot{\alpha} - H\dot{\alpha} + H\omega_\xi \beta &= M_2.
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

Учитывая, что $H \gg (J_{x_n} - J_{y_n} - C - B)\omega_\xi$, получим

$$\begin{aligned}
 A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_C + H\omega_\xi \alpha + M_T \text{sign}\dot{\alpha} &= M_1; \\
 B\ddot{\beta} + B\dot{\omega}_\xi \alpha - H\dot{\alpha} + H\omega_\xi \beta &= M_2.
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

Наличие члена $H\omega_\xi \beta$ в уравнении по оси прецессии приводит к **кинематическому дрейфу гиросtabilизатора**.

в) Угловое движение вокруг оси стабилизации: $\omega_\xi = \omega_\zeta = 0$; $\omega_\eta \neq 0$.

Для данного случая движения $\omega_{x_n} = 0$; $\omega_{y_n} = \dot{\alpha} + \omega_\eta$; $\omega_{z_n} = 0$ и уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\eta) + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_c + M_T \text{sign}\dot{\alpha} &= J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta + M_1; \\ B\ddot{\beta} - H(\dot{\alpha} + \omega_\eta) &= M_2. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Обозначим $\dot{\alpha} + \omega_\eta = \Delta\dot{\alpha}$, где $\Delta\dot{\alpha}$ – точность стабилизации. Тогда систему уравнений (1.29) перепишем в виде

$$\begin{aligned} A\Delta\ddot{\alpha} + h\Delta\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_c &= J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta + h\omega_\eta + M_1 - M_T \text{sign}\dot{\alpha}; \\ B\ddot{\beta} - H\Delta\dot{\alpha} &= M_2. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Из уравнения (1.30) видно, что угловое движение основания вокруг оси $O\eta$ вносит возмущающие моменты $J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta$, $h\omega_\eta$ и $M_T \text{sign}\dot{\alpha}$.

Кинематический дрейф гиросtabilизатора. Для определения угловой скорости дрейфа гиросtabilизатора, обусловленной угловым движением основания, воспользуемся системой уравнений (1.28). Для практических приложений во втором уравнении системы (1.28) членами $B\ddot{\beta}$ и $B\dot{\omega}_z$ можно пренебречь, тогда получим

$$\dot{\alpha} = \omega_k = \omega_{x_n} \cdot \beta,$$

где ω_k – кинематический дрейф гиросtabilизатора.

Угол прецессии β определяется действующими возмущающими моментами и находится в результате решения линеаризованной системы уравнений движения гиросtabilизатора.

Для случая, когда $\omega_\eta = \omega_\zeta = 0$, $\alpha(0) = 0$

$$\omega_k = \omega_\xi \cdot \beta.$$

Если $\omega_\xi = \omega_{\xi_0} \sin \omega t$, $\beta = \beta_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где ω_{ξ_0} – амплитудное значение угловой скорости, β_0 – амплитудное значение угла прецессии; ω – частота; φ – сдвиг фаз, то

$$\omega_k = \omega_{\xi_0} \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = \frac{\omega_{\xi_0} \beta_0}{2} \cos \varphi + \frac{\omega_{\xi_0} \beta_0}{2} \cos(2\omega t + \varphi).$$

Таким образом, при угловом движении основания может возникнуть постоянная составляющая кинематического дрейфа, максимальная величина которого определяется по формуле

$$\langle \omega_k \rangle_{\max} = \frac{\omega_{\xi_0} \beta_0}{2}.$$

Вынужденное движение гиросtabilизатора. Для определения амплитуды вынужденных колебаний одноосного силового гиросtabilизатора при угловом движении основания вокруг оси стабилизации воспользуемся системой уравнений (1.30). Положим, что момент M_T и M_1 значительно меньше моментов от обкатки и демпфирования; положим также, что $M_2 = 0$.

В этом случае уравнения движения будут иметь вид:

$$\begin{aligned} A\Delta\ddot{\alpha} + h\Delta\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta &= J_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta + h\omega_\eta; \\ B\ddot{\beta} - H\Delta\dot{\alpha} &= 0. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Из системы уравнений (1.31) имеем

$$AB\Delta\ddot{\alpha} + Bh\Delta\dot{\alpha} + H^2\Delta\dot{\alpha} + HK\Delta\alpha = BJ_p i(i \pm 1)\ddot{\omega}_\eta + Bh\dot{\omega}_\eta; \quad (1.32)$$

$$AB\ddot{\beta} + Bh\ddot{\beta} + H^2\dot{\beta} + HK\beta = HJ_p i(i \pm 1)\dot{\omega}_\eta + Bh\omega_\eta. \quad (1.33)$$

Пусть основание совершает угловое движение по закону

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t,$$

где θ_0 – амплитуда углового движения; ω – частота.

Учитывая, что $\dot{\theta} = \omega_\eta = \theta_0 \omega \cos \omega t$, уравнение (1.32) и (1.33) будут

$$AB\Delta\ddot{\alpha} + Bh\Delta\dot{\alpha} + H^2\Delta\dot{\alpha} + HK\Delta\alpha = -BJ_p i(i \pm 1)\theta_0 \omega^3 \cos \omega t - Bh\theta_0 \omega^2 \sin \omega t; \quad (1.34)$$

$$AB\ddot{\beta} + Bh\ddot{\beta} + H^2\dot{\beta} + HK\beta = -HJ_p i(i \pm 1)\theta_0 \omega^2 \sin \omega t + Bh\theta_0 \omega \cos \omega t. \quad (1.35)$$

Частное решение уравнения (1.34) будем искать в виде

$$\Delta\alpha = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t, \quad (1.36)$$

тогда

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\alpha} &= C_1 \omega \cos \omega t - C_2 \omega \sin \omega t; \\ \Delta\ddot{\alpha} &= -C_1 \omega^2 \sin \omega t - C_2 \omega^2 \cos \omega t; \\ \Delta\ddot{\alpha} &= -C_1 \omega^3 \cos \omega t + C_2 \omega^3 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Подставив выражения (1.37) в уравнение (1.34), получим

$$\begin{aligned} &[(H^2 \omega - AB\omega^3)C_1 + (HK - Bh\omega^2)C_2] \cos \omega t + \\ &+ [(HK - Bh\omega^2)C_1 - (H^2 \omega - AB\omega^3)C_2] \sin \omega t = \\ &= -BJ_p i(i \pm 1)\theta_0 \omega^3 \cos \omega t - Bh\theta_0 \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Приравняв коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$, получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} (H^2 \omega - AB\omega^3)C_1 + (HK - Bh\omega^2)C_2 &= -BJ_p i(i \pm 1)\theta_0 \omega^3; \\ (HK - Bh\omega^2)C_1 - (H^2 \omega - AB\omega^3)C_2 &= -Bh\theta_0 \omega^2. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Решив систему (1.38), получим

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{\theta_0 B \omega^2 [(H^2 \omega - AB\omega^3)J_p i(i \pm 1)\omega + (HK - Bh\omega^2)h]}{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}, \\ C_2 &= \frac{\theta_0 B \omega^2 [(H^2 \omega - AB\omega^3)h - (HK - Bh\omega^2)J_p i(i \pm 1)\omega]}{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}. \end{aligned}$$

Представим решение (1.36) в виде $\Delta\alpha = \Delta\alpha_a \sin(\omega t + \varphi)$,

$$\Delta\alpha_a = \sqrt{C_1^2 + C_2^2};$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{C_2}{C_1}. \quad (1.39)$$

Подставив C_1 и C_2 в выражение (1.39), получим

$$\Delta\alpha_a = \theta_0 B \omega^2 \sqrt{\frac{J_p^2 i^2 (i \pm 1)^2 \omega^2 + h^2}{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}}. \quad (1.40)$$

В диапазоне низкочастотных колебаний основания $\left(\omega < \frac{H}{\sqrt{AB}}, \omega < \sqrt{\frac{HK}{Bh}}\right)$ выражение (1.40) можно записать

$$\Delta\alpha_a = \frac{B\omega^2}{H} \sqrt{\frac{J_p^2 i^2 (i \pm 1)^2 \omega^2 + h^2}{H^2 \omega^2 + K^2}} \theta_0. \quad (1.41)$$

Определив аналогичным образом амплитуду вынужденных колебаний гироскопа, получим

$$\beta_a = H\omega\theta_0 \sqrt{\frac{J_p^2 i^2 (i \pm 1)^2 \omega^2 + h^2}{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}} \quad (1.42)$$

или в диапазоне низкочастотных колебаний

$$\beta_a = \omega\theta_0 \sqrt{\frac{J_p^2 i^2 (i \pm 1)^2 \omega^2 + h^2}{H^2 \omega^2 + K^2}}. \quad (1.43)$$

Из выражений (1.40), (1.41) видно, что увеличение коэффициента демпфирования и передаточного отношения редуктора приводит к увеличению амплитуды вынужденных колебаний гиросtabilизатора. В случае, если возмущающий момент по оси стабилизации определяется выражением

$$M_1 = M_{1a} \sin \omega t,$$

где M_{1a} – амплитуда внешнего момента, выражение для амплитуды вынужденных колебаний гиросtabilизатора будет

$$\Delta\alpha_a = \frac{B\omega M_{1a}}{\sqrt{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}}. \quad (1.44)$$

Амплитуда вынужденных колебаний гироскопа в этом случае имеет вид

$$\beta_a = \frac{HM_{1a}}{\sqrt{(H^2 \omega - AB\omega^3)^2 + (HK - Bh\omega^2)^2}}. \quad (1.45)$$

1.1.5. Компенсация влияния углового движения основания

Для компенсации влияния углового движения основания вокруг осей $O\xi$ и $O\zeta$ на движение гиросtabilизатора можно использовать **двухгироскопный стабилизатор** [6, 7] (рис. 1.26).

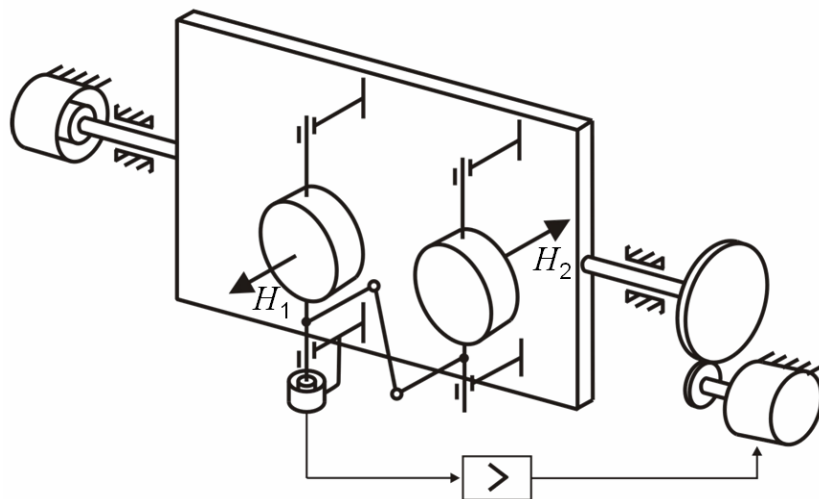


Рис. 1.26. Кинематическая схема двухгиростабилизатора

На раме такого гиростабилизатора установлены два гироскопа; оси их гироскопов соединены кинематически таким образом, что гироскопы могут поворачиваться вокруг осей прецессии на одинаковые углы, но в разные стороны. В качестве кинематической связи может быть использован антипараллелограмм или зубчатая передача с передаточным отношением $i = -1$.

Для вывода уравнений движения двухгиростабилизатора введем систему координат $x_n y_n z_n$, связанную с платформой (рамой) и системы координат $x_i y_i z_i (i = 1, 2)$, связанные с гироскопами (рис. 1.27).

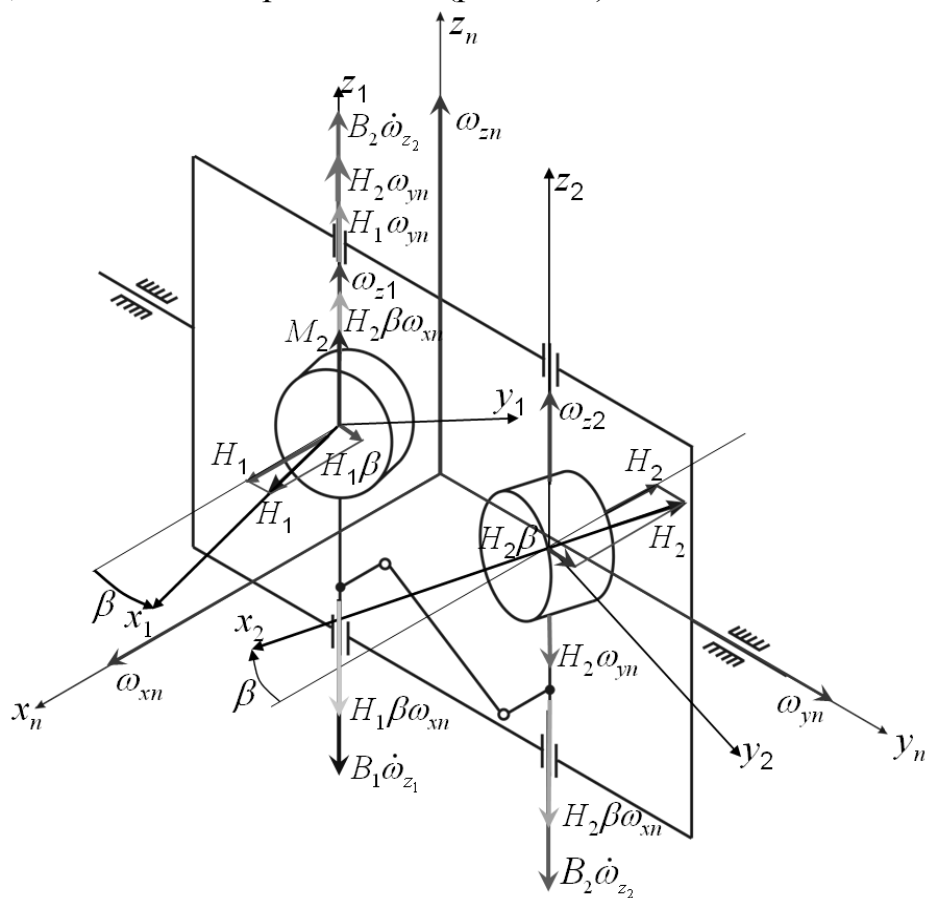


Рис. 1.27. Моменты по осям прецессии

Проекции угловых скоростей на оси системы координат $Ox_i y_i z_i$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \omega_{x_n} \cos \beta_1 + \omega_{y_n} \sin \beta_1; & \omega_{x_2} &= \omega_{x_n} \cos \beta_2 - \omega_{y_n} \sin \beta_2; \\ \omega_{y_1} &= \omega_{y_n} \cos \beta_1 - \omega_{x_n} \sin \beta_1; & \omega_{y_2} &= \omega_{y_n} \cos \beta_2 + \omega_{x_n} \sin \beta_2; \\ \omega_{z_1} &= \dot{\beta}_1 + \omega_{z_n}; & \omega_{z_2} &= -\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n}. \end{aligned}$$

Для вывода уравнений движения гиросtabilизатора воспользуемся методом кинетостатики. Сумма моментов по оси прецессии первого гироблока (см. рис. 1.27)

$$\begin{aligned} \sum momz_1 &= 0; \\ -B_1 \dot{\omega}_{z_1} + B_2 \dot{\omega}_{z_2} + H_1 \omega_{y_n} + H_2 \omega_{y_n} - H_1 \beta \omega_{x_n} + H_2 \beta \omega_{x_n} + M_2 &= 0. \end{aligned}$$

Сумма моментов по оси стабилизации (рис.1.28)

$$\begin{aligned} \sum momy_n &= 0; \\ -(J_{y_n} + J_p i^2) \dot{\omega}_{y_n} - H_1 \omega_{z_1} + H_2 \omega_{z_2} - h \dot{\alpha} - M_T \text{sign} \dot{\alpha} + J_p i(i \pm 1) \dot{\omega}_\eta - M_C + M_1 &= 0. \end{aligned}$$

Подставив в полученные уравнения выражения для угловых скоростей и полагая, что $B_1 = B_2$, получим

$$\begin{aligned} A \dot{\omega}_{y_n} + h \dot{\alpha} + (H_1 + H_2) \dot{\beta} + M_C + M_m \text{sign} \dot{\alpha} &= J_p i(i \pm 1) \dot{\omega}_\eta - (H_1 - H_2) \omega_{z_n} + M_1; \\ 2B \ddot{\beta} - (H_1 + H_2) \omega_{y_n} + (H_1 - H_2) \omega_{x_n} \beta &= M_2. \end{aligned}$$

Из полученных уравнений следует, что значительно уменьшается нагрузка на двигатель стабилизации $(H_1 - H_2) \omega_{z_n}$ и кинематический дрейф

$$\omega_{y_n} = \frac{H_1 - H_2}{H_1 + H_2} \omega_{x_n} \beta.$$

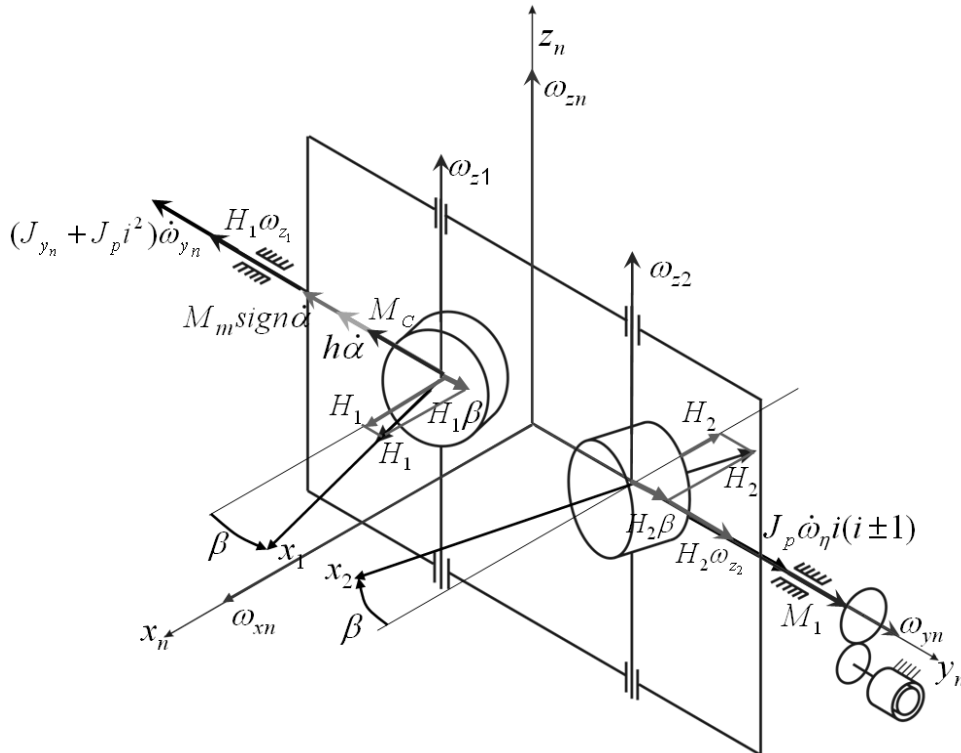


Рис. 1.28. Моменты по осям стабилизации

1.2. Одноосный индикаторно-силовой гиросtabilизатор

Чувствительными элементами индикаторно-силового гиросtabilизатора могут быть интегрирующий гироскоп или датчик угловой скорости.

1.2.1. Принцип действия гиросtabilизатора, построенного на интегрирующем гироскопе

Интегрирующий гироскоп является измерителем малых углов поворота основания. Применительно к гиросtabilизатору это означает, что угол прецессии гироскопа будет пропорционален углу поворота платформы вокруг оси стабилизации. Пусть к гиросtabilизатору (рис. 1.29) применен постоянный момент M_1 , под действием которого платформа начинает поворачиваться вокруг оси стабилизации, отклоняясь от занимаемого вначале положения на угол α (рис. 1.30). При этом интегрирующий гироскоп повернется за это время вокруг оси прецессии на угол $\beta = k\alpha$ (k – коэффициент передачи интегрирующего гироскопа).

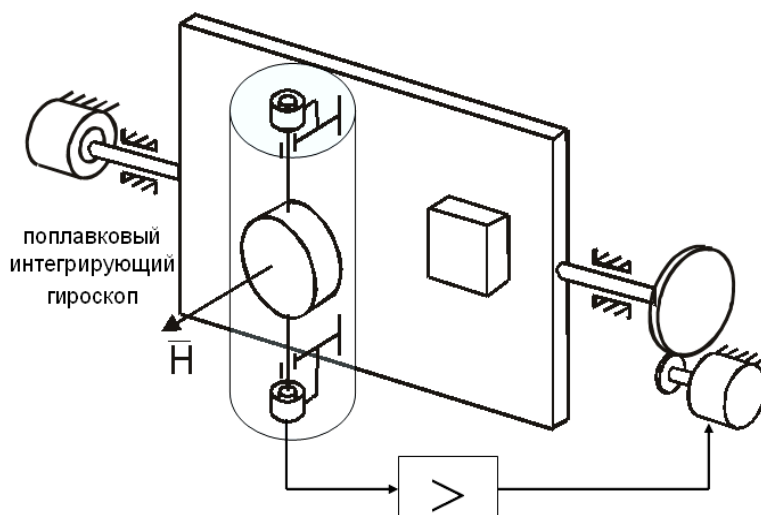


Рис. 1.29. Кинематическая схема одноосного индикаторно-силового гиросtabilизатора

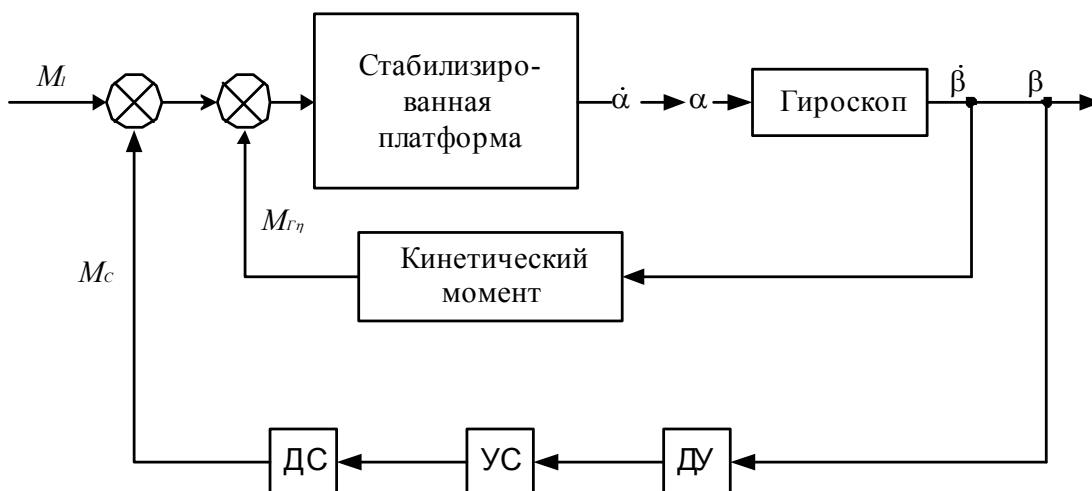


Рис. 1.30. Структурная схема гиросtabilизатора, построенного на базе интегрирующего гироскопа

С датчика угла прецессии гироскопа будет подан сигнал на двигатель, который приложит к оси стабилизации момент $M_c = K\beta = Kk\alpha$, противоположный возмущающему. При подобном рассмотрении принципа стабилизации гироскоп, установленный на платформе, лишь "чувствует" поворот платформы, вырабатывает сигнал об отклонения от требуемого положения, не принимая непосредственного силового участия в ее стабилизации.

Однако при более точном рассмотрении необходимо иметь в виду, что во время поворота гироскопа вокруг оси прецессии со скоростью $\dot{\beta}$ на платформу по оси стабилизации действует гироскопический момент $M_{G\eta} = H\dot{\beta}$ так же, как и в силовом. Но так как величина H в данном случае сравнительно невелика, а скорость $\dot{\beta}$ существенно меньше ее значения в силовом гиростабилизаторе, этот гироскопический момент не достигает сколь-нибудь заметной величины. Более того, в поплавковых гироскопах величину $M_{G\eta}$ необходимо намеренно ограничивать, чтобы не нагружать цапфы и камневые опоры подвеса поплавка. Для этого следует так выбирать параметры цепи стабилизация, чтобы уже при малых β двигатель стабилизация развивал требуемый для стабилизации платформы момент M_c .

В связи с тем, что силовое воздействие со стороны гироскопа на платформу все-таки имеется, хотя оно и мало (различие с силовым гиростабилизатором чисто количественное, а не качественное), гиростабилизатор, построенный на интегрирующем гироскопе называется **индикаторно-силовым**.

1.2.2. Уравнения движения, структурные схемы, передаточные функции гиростабилизатора

Уравнения движения одноосного гиростабилизатора, построенного на интегрирующем гироскопе имеют вид

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + M_c &= M_1; \\ B\ddot{\beta} + K_o\dot{\beta} - H\dot{\alpha} &= M_2; \\ M_c &= K\beta, \end{aligned} \quad (1.46)$$

где K_o – коэффициент демпфирования относительно оси прецессии. Применяя к уравнениям (1.46) преобразование по Лапласу, получим

$$\begin{aligned} (Ap^2 + hp)\alpha(p) + (Hp + K)\beta(p) &= M_1(p); \\ (Bp^2 + K_o p)\beta(p) - Hp\alpha(p) &= M_2(p). \end{aligned} \quad (1.47)$$

В соответствии с системой (1.47) структурная схема гиросtabilизатора имеет вид (рис. 1.31).

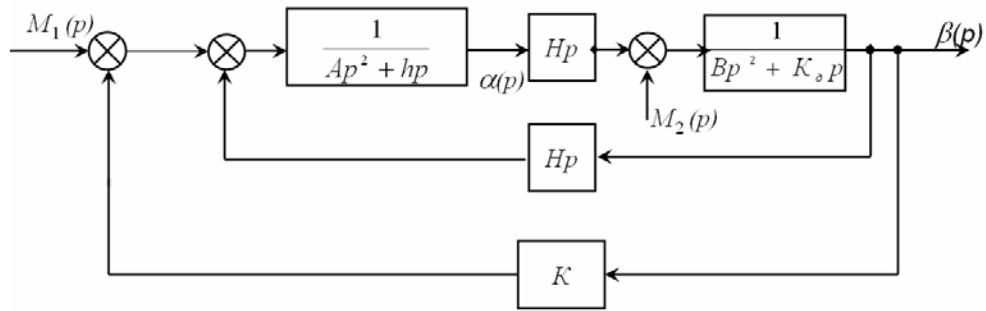


Рис. 1.31. Структурная схема индикаторно-силового гиросtabilизатора

Из структурной схемы (рис. 1.31) получим следующие передаточные функции

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{Bp + K_0}{ABp^3 + (Bh + AK_0)p^2 + (H^2 + hK_0)p + HK}; \quad (1.48)$$

$$W_{\alpha, M_2}(p) = -\frac{Hp + K}{p[ABp^3 + (Bh + AK_0)p^2 + (H^2 + hK_0)p + HK]}; \quad (1.49)$$

$$W_{\beta, M_1}(p) = \frac{H}{ABp^3 + (Bh + AK_0)p^2 + (H^2 + hK_0)p + HK}. \quad (1.50)$$

Из передаточных функций (1.40) и (1.50) следует, что при постоянном возмущающем моменте M_1 , статическая ошибка по координате α определяется из выражения

$$\alpha_{cm} = \frac{M_1 K_0}{KH} = \frac{M_1}{Kk}, \quad (1.51)$$

а угол поворота гиروزла будет $\beta_{cm} = \frac{M_1}{K}$. (1.52)

Из передаточной функция (1.49) имеем выражение для угловой скорости дрейфа гиросtabilизатора

$$\omega_{op} = \frac{M_2}{H}.$$

1.2.3. Устойчивость гиросtabilизатора, построенного на интегрирующем гироскопе

Характеристическое уравнение гиросtabilизатора имеет вид

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0, \quad (1.53)$$

$$a_0 = AB; a_1 = Bh + AK_0; a_2 = H^2 + hK_0; a_3 = HK.$$

Из условия устойчивости $\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ получим

$$(Bh + AK_0)(H^2 + hK_0) - ABHK > 0,$$

откуда

$$K > \frac{(Bh + AK_o)(H^2 + hK_o)}{ABH}. \quad (1.54)$$

Для обеспечения устойчивой работы гиросtabilизатора, построенного на интегрирующем гироскопе, в цепь стабилизации включается корректирующий контур. Для определения параметров корректирующего контура построим частотные характеристики разомкнутого гиросtabilизатора.

Структурная схема разомкнутого по цепи стабилизации представлена на рисунке 1.32.

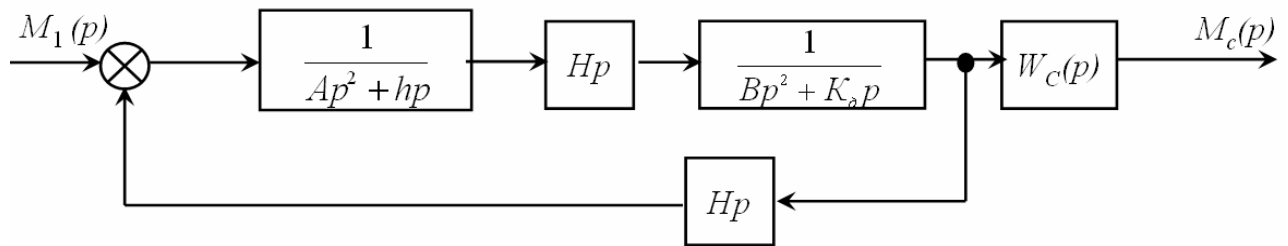


Рис. 1.32. Структурная схема разомкнутого гиросtabilизатора

Передаточная функция разомкнутого гиросtabilизатора имеет вид

$$W_p(p) = \frac{1}{\left(H + \frac{hK_o}{H}\right)p \left(\frac{AB}{H^2 + hK_o}p^2 + \frac{Bh + AK_o}{H^2 + hK_o}p + 1\right)}. \quad (1.55)$$

Обозначим $\frac{AB}{H^2 + hK_o} = T^2$; $\frac{Bh + AK_o}{H^2 + hK_o} = 2T\xi$,

тогда относительный коэффициент ξ определится из выражения

$$\xi = \frac{Bh + AK_o}{2\sqrt{AB(H^2 + hK_o)}}$$

или для реальных параметров ($H^2 > hK_o$, $AK_o > Bh$)

$$\xi \cong \frac{K_o}{2H} \sqrt{\frac{A}{B}}. \quad (1.56)$$

Относительный коэффициент демпфирования в индикаторно-силовом гиросtabilизаторе, как правило, больше 1, т.е. полином

$\left(\frac{AB}{H^2 + hK_o}p^2 + \frac{Bh + AK_o}{H^2 + hK_o}p + 1\right)$ раскладывается на произведение $(T'p + 1)(T''p + 1)$,

где

$$T'T'' = \frac{AB}{H^2 + hK_o}; \quad T' + T'' = \frac{Bh + AK_o}{H^2 + hK_o}. \quad (1.57)$$

Из системы уравнений (1.57) имеем

$$T' = \frac{(Bh + AK_0) + \sqrt{(Bh + AK_0)^2 - 4AB(H^2 + hK_0)}}{2(H^2 + hK_0)},$$

$$T'' = \frac{(Bh + AK_0) - \sqrt{(Bh + AK_0)^2 - 4AB(H^2 + hK_0)}}{2(H^2 + hK_0)}.$$

Для реальных параметров гиросtabilизатора $AK_0 > Bh$, $(AK_0 + Bh)^2 > 4AB(H^2 + hK_0)$ и приближенные значения постоянных времени будут

$$T' \cong \frac{A}{h(1 + \frac{H^2}{hK_0})}, \quad T'' \cong \frac{B}{K_0} = T, \quad (1.58)$$

где T – постоянная времени интегрирующего гироскопа. Таким образом передаточная функция разомкнутого гиросtabilизатора будет иметь вид

$$W_p(p) = \frac{KW_{kk}(p)}{\left(H + \frac{hK_0}{H}\right)p(T'p + 1)(Tp + 1)(T_y p + 1)(T_{06}p + 1)}. \quad (1.59)$$

Обычно для обеспечения необходимых запасов устойчивости в качестве корректирующих цепочек используются звенья вида

$$W_{kk}(p) = \prod_{i=1}^k \frac{1 + T_i p}{1 + \frac{T_i}{m_i} p}.$$

Выбор k , T_i , m_i производится в соответствии с общими рекомендациями теории автоматического регулирования. Система является минимально фазовой и для обеспечения требуемых запасов устойчивости следует стремиться, чтобы частота среза ω_c находилась примерно в середине достаточно длинного отрезка асимптотической логарифмической амплитудной характеристики с наклоном минус 20 дБ/дек. При отсутствии коррекции и безынерционного привода частотные характеристики имеют вид, как показано на рисунке 1.33, а).

В качестве корректирующего контура в гироскопическом стабилизаторе, имеющем частотную характеристику, представленную на рисунке 1.33, а), воспользуемся передаточной функцией

$$W_{kk}(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Аналогично силовому гиросtabilизатору вынужденное движение легко определяется с помощью передаточных функций (1.48) и (1.50). Так при действии возмущающего момента по оси стабилизации $M_1 = M_{1a} \sin \omega t$ амплитуда вынужденных колебаний гиросtabilизатора по углу стабилизации будет

$$\alpha_a = \frac{(B\omega + \kappa_g)M_{1a}}{\sqrt{[KH - (Bh + AK_0)\omega^2]^2 + [AB\omega^3 - (H^2 + hK_0)\omega]^2}}. \quad (1.60)$$

Амплитуда вынужденных колебаний гироблока определяется из выражения

$$\beta_a = \frac{HM_{1a}}{\sqrt{[KH - (Bh + AK_o)\omega^2]^2 + [AB\omega^3 - (H^2 + hK_o)\omega]^2}}. \quad (1.61)$$

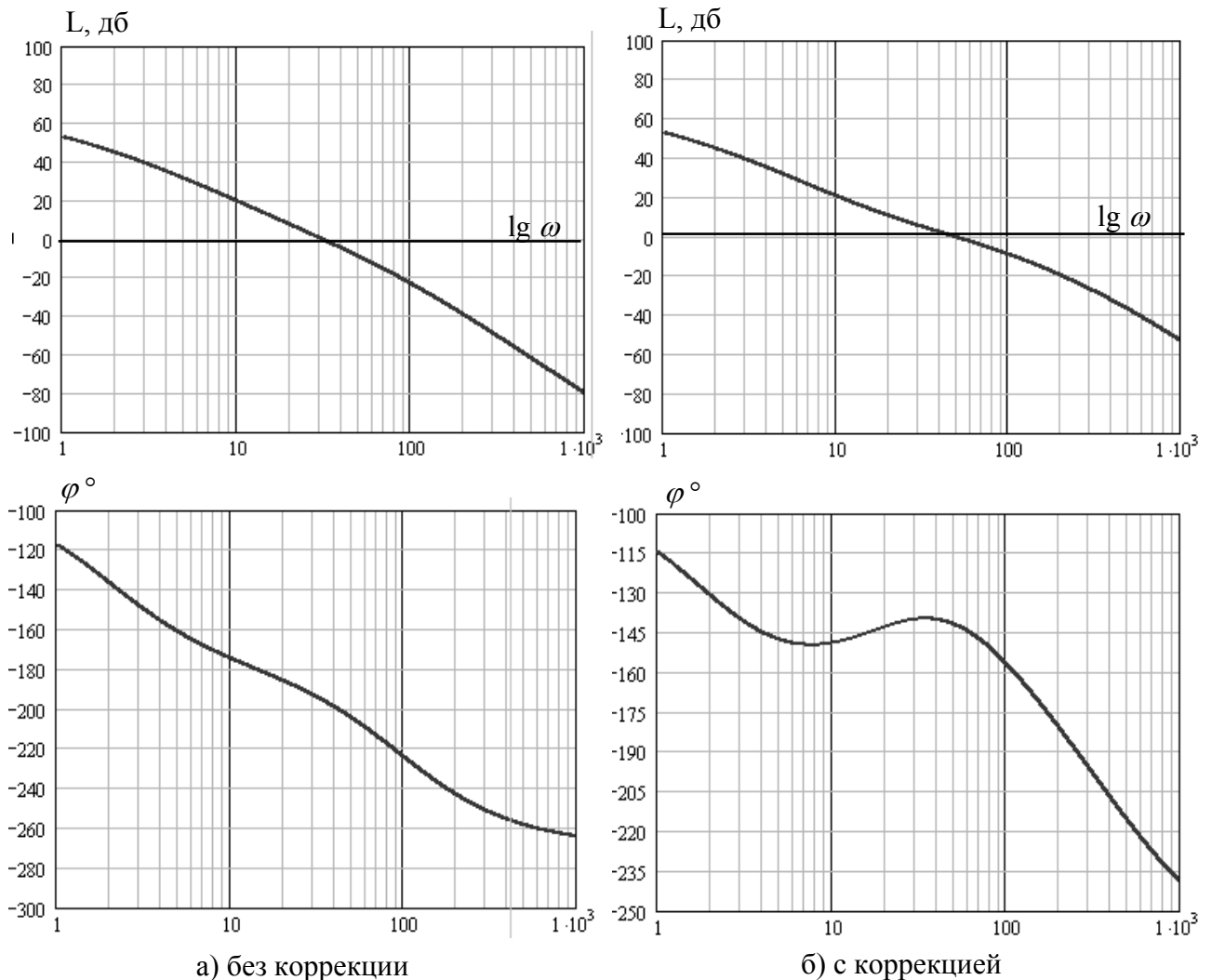


Рис. 1.33. Частотные характеристики ГС

с интегрирующим гироскопом при $W_{kk}(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2^2 p + 1}$

1.2.4. Одноосный гиросtabilизатор, построенный на базе датчика угловой скорости

В качестве чувствительного элемента гиросtabilизатора может быть использован гироскопический датчик угловой скорости (рис. 1.34).

Уравнение движения гиросtabilизатора имеют вид

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta &= M_1; \\ B\ddot{\beta} + K_o\dot{\beta} + K_n\beta - H\dot{\alpha} &= M_2, \end{aligned} \quad (1.62)$$

где K_n – коэффициент жесткости пружины.

Применяя к системе уравнений (1.62) преобразование по Лапласу, получим

$$\begin{aligned} (Ap^2 + hp)\alpha(p) + (Hp + K)\beta(p) &= M_1(p); \\ (Bp^2 + K_o p + K_n)\beta(p) - Hp\alpha(p) &= M_2(p). \end{aligned} \quad (1.63)$$

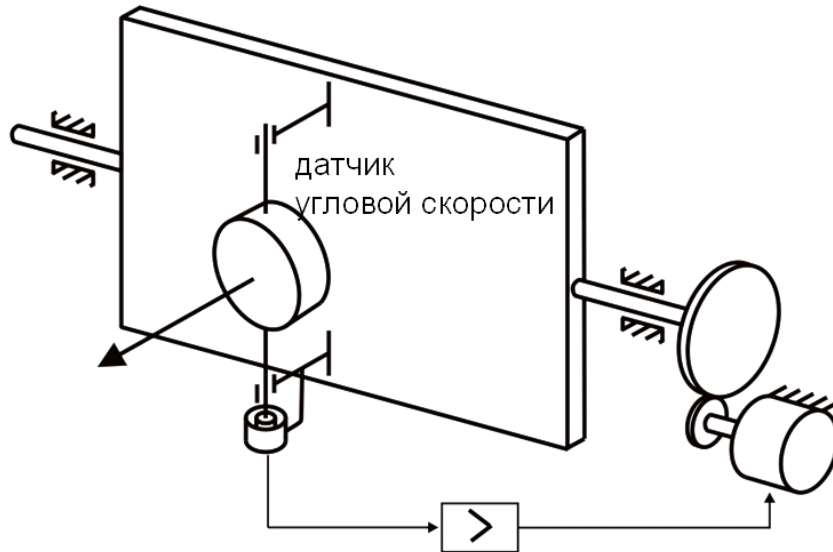


Рис. 1.34. Кинематическая схема гиросtabilизатора построенного на базе датчика угловой скорости

Откуда структурная схема гиросtabilизатора имеет вид

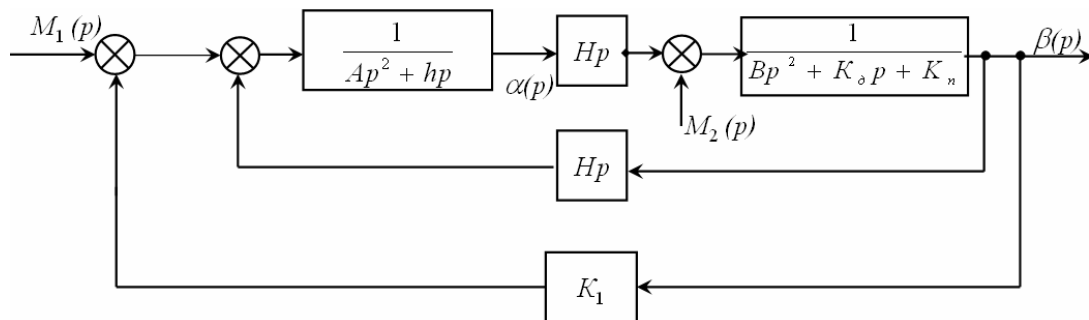


Рис. 1.35. Структурная схема гиросtabilизатора построенного на базе датчика угловой скорости

Из структурной схемы (рис.1.35) получим передаточные функции

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{Bp^2 + K_o p + K_n}{p[ABp^3 + (Bh + AK_o)p^2 + (H^2 + hK_o + AK_n)p + (HK_1 + hK_n)]}; \quad (1.64)$$

$$W_{\alpha, M_2}(p) = -\frac{Hp + K}{p[ABp^3 + (Bh + AK_o)p^2 + (H^2 + hK_o + AK_n)p + (HK_1 + hK_n)]}; \quad (1.65)$$

$$W_{\beta, M_1}(p) = \frac{H}{ABp^3 + (Bh + AK_o)p^2 + (H^2 + hK_o + AK_n)p + (HK_1 + hK_n)}. \quad (1.66)$$

Из передаточных функций (1.64) и (1.66) следует, что под действия постоянного момента по оси стабилизации гиросtabilизатор вращается с угловой скоростью

$$\dot{\alpha} = \frac{K_n M_1}{HK_1 + hK_n}, \quad (1.67)$$

а угол поворота гиروزла

$$\beta_{cm} = \frac{HM_1}{HK_1 + hK_n}, \quad (1.68)$$

т.е.

$$\dot{\alpha} = \frac{K_n \beta_{cm}}{H} = \frac{M_{np}}{H},$$

где M_{np} – момент, создаваемый пружиной датчика угловой скорости.

Угловая скорость дрейфа, обусловленная моментом M_2 , определяется из передаточной функции (1.65) и будет

$$\omega_{op} = \frac{M_2}{H}.$$

Для устранения вращения стабилизатора под действием момента M_1 в цепь стабилизации включается **интегрирующее звено**. Передаточная функция цепи стабилизации имеет вид

$$W_c(p) = K_1 + \frac{K}{p} = \frac{K_1 p + K}{p}. \quad (1.69)$$

Подставляя в передаточные функции (1.64)...(1.66) вместо K_1 выражение (1.69), получим

$$W_{\beta, M_1}(p) = \frac{Hp}{p[ABp^4 + (Bh + AK_o)p^3 + (H^2 + hK_o + AK_n)p^2 + (HK_1 + hK_n)p + HK]}; \quad (1.70)$$

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{Bp^2 + K_o p + K_n}{ABp^4 + (Bh + AK_o)p^3 + (H^2 + hK_o + AK_n)p^2 + (HK_1 + hK_n)p + HK}; \quad (1.71)$$

$$W_{\alpha, M_2}(p) = -\frac{Hp^2 + K_1 p + K}{ABp^4 + (Bh + AK_o)p^3 + (H^2 + hK_o + AK_n)p^2 + (HK_1 + hK_n)p + HK}. \quad (1.72)$$

Из передаточных функций (1.70) и (1.72) следует, что при действии постоянного момента по оси стабилизации

$$\alpha_{cm} = \frac{K_n M_1}{HK_1}; \quad (1.73)$$

$$\beta_{cm} = 0.$$

Угловая скорость дрейфа определяется из передаточной функции (1.72) и равна

$$\omega_{op} = \frac{M_2}{H}$$

Для определения соотношений между параметрами гиросtabilизатора, при которых он устойчив, воспользуемся характеристическим уравнением

$$a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0, \quad (1.74)$$

где $a_0 = AB; a_1 = Bh + AK_o; a_2 = H^2 + hK_o + AK_n; a_3 = HK_1 + hK_n; a_4 = HK$.

Разделив все коэффициенты на AB получим

$$b_0\lambda^4 + b_1\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_3\lambda + b_4 = 0, \quad (1.75)$$

где $b_0 = 1; b_1 = \frac{h}{A} + 2d\omega_0; b_2 = \frac{H^2}{AB} + \frac{h}{A}2h\omega_0 + \omega_0^2; b_3 = (K_1\frac{\kappa}{A} + \frac{h}{A})\omega_0^2; b_4 = K\frac{\kappa}{A}\omega_0^2,$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_n}{B}}$ – собственная частота датчика угловой скорости; $\kappa = \frac{H}{K_n}$ –

коэффициент передачи датчика угловой скорости; $2d\omega_0 = \frac{K_o}{B}$, d – относительный коэффициент демпфирования.

Применяя критерий Гурвица к характеристическому уравнению (1.75), получим условия устойчивости

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & 0 \\ b_0 & b_2 & b_4 \\ 0 & b_1 & b_3 \end{vmatrix} = b_1b_2b_3 - b_1^2b_4 - b_3^2 > 0. \quad (1.76)$$

Приравняв последнее неравенство нулю, получим $b_3^2 - b_1b_2b_3 + b_1^2b_4 = 0$.

Откуда

$$b_{3(1,2)} = \frac{b_1b_2}{2} \left[1 \pm \frac{\sqrt{b_2^2 - 4b_4}}{b_2} \right].$$

При выполнении условия $b_2^2 > 4b_4$, что соответствует условию

$$\frac{H^2}{AB} + \frac{h}{A}2d\omega_0 + \omega_0^2 > 2\omega_0\sqrt{K\frac{\kappa}{A}}$$

или с учетом реальных соотношений параметров $\omega_0 > 2\sqrt{K\frac{\kappa}{A}}$.

При выполнении последнего условия $b_3^* = \frac{b_1b_2}{2}$, где b_3^* – соответствует максимальному запасу устойчивости, откуда $(K_1k)^* = d\omega_0A$.

1.3. Одноосный индикаторный гиросtabilизатор

1.3.1. Принцип действия гиросtabilизатора

В качестве чувствительного элемента гиросtabilизатора используется трехстепенный астатический гироскоп или динамически настраиваемый гироскоп. Свойство трехстепенного гироскопа сохранять заданное направление оси

собственного вращения в инерциальном пространстве используется для измерения угловых отклонений платформы от требуемого положения и формирования стабилизирующего момента. Гироблок устанавливается на платформе так, чтобы одна из его осей (наружная или внутренняя) была параллельна оси стабилизации. На рисунке 1.36 представлена схема гиросtabilизатора для случая, когда ось наружной рамки гироскопа параллельна оси стабилизации.

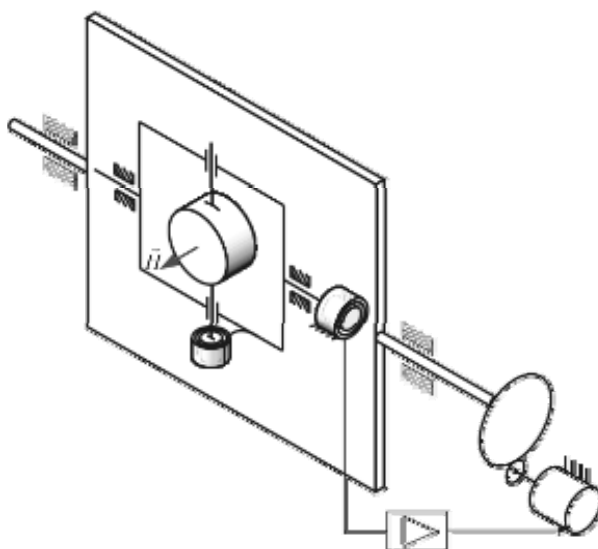


Рис. 1.36. Кинематическая схема одноосного индикаторного стабилизатора

На оси наружной рамки гироскопа установлен датчик угла, сигнал с которого через усилитель стабилизации подается на стабилизирующий двигатель. Кроме системы стабилизации гиросtabilизатор имеет систему привода, датчик моментов которой расположен на оси внутренней рамки гироскопа.

Пусть платформа и гироскоп занимают требуемое (исходное) положение. При возникновении возмущающего момента M_1 по оси стабилизации платформа повернется на угол α . С датчика углов гироскопа снимется сигнал, пропорциональный угловому отклонению, который после усиления поступит на двигатель и последний приложит к оси стабилизации момент $M_c = K\alpha$, противоположный внешнему моменту. Очевидно, что при действии на платформу постоянного внешнего момента M_1 , устанавливается некоторое отклонение α_{cm} , при котором стабилизирующий момент уравнивает внешний момент. $M_c = K\alpha_{cm} = M_1$, откуда

$$\alpha_{cm} = \frac{M_1}{K}. \quad (1.77)$$

Отклонение α_{cm} является статистической погрешностью стабилизации. Сравнивая выражения (1.51) и (1.77), видно, что для обеспечения одной и той же величины статической погрешности в индикаторном стабилизаторе необходимо иметь существенно больший коэффициент усиления K цепи стабилизации.

Так как в процессе стабилизации гироскоп не оказывает даже кратковременного силового воздействия на платформу, гиросtabilизаторы этого типа являются **индикаторными**.

1.3.2. Уравнения движения, структурная схема гиросtabilизатора

Уравнения движения индикаторного гиросtabilизатора без учета динамических свойств трехстепенного гироскопа имеют вид

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} - K\alpha_r &= M_1; \\ H(\dot{\alpha} + \dot{\alpha}_r) &= M_2, \end{aligned} \quad (1.78)$$

где α_r – угол поворота гироскопа вокруг оси наружной рамки относительно платформы; M_2 – возмущающий момент вокруг оси внутренней рамки гироскопа. Применяя к уравнениям (1.78) преобразование Лапласа, получим

$$\begin{aligned} (Ap^2 + hp)\alpha(p) - K\alpha_r(p) &= M_1(p); \\ Hp\alpha(p) + Hp\alpha_r(p) &= M_2(p). \end{aligned} \quad (1.79)$$

В соответствии с уравнениями (1.79) структурная схема индикаторного гиросtabilизатора имеет вид

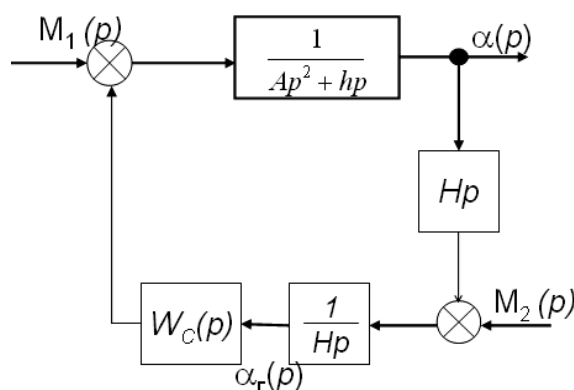


Рис. 1.37. Структурная схема индикаторного гиросtabilизатора

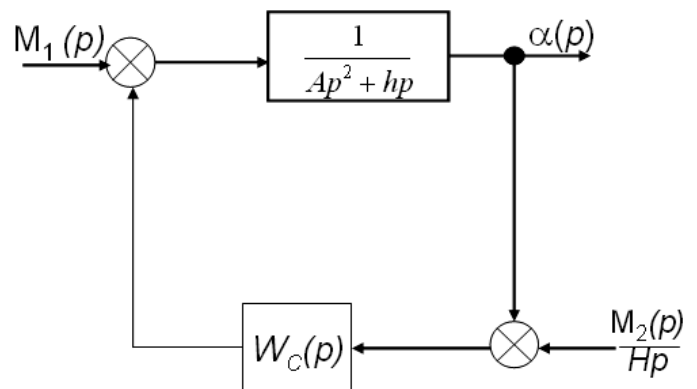


Рис. 1.38. Структурная схема индикаторного гиросtabilизатора после преобразования

Из структурных схем (рис. 1.37, 1.38) получим передаточные функции

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{1}{Ap^2 + hp + K}; \quad (1.80)$$

$$W_{\alpha, M_2}(p) = \frac{K}{Hp(Ap^2 + hp + K)}. \quad (1.81)$$

Из передаточной функции (1.80) видно, что при действии постоянного возмущающего момента M_1 гиросtabilизатор имеет статическую ошибку

$$\alpha_{cm} = \frac{M_1}{K},$$

а из передаточной функции (1.81) следует выражение для угловой скорости дрейфа гиросtabilизатора $\omega_{dp} = \frac{M_2}{H}$.

1.3.3. Устойчивость индикаторного гиросtabilизатора

Из структурной схемы (рис. 1.38) имеем передаточную функцию разомкнутого гиросtabilизатора

$$W_p(p) = \frac{W_c(p)}{hp(T_{\Pi}p + 1)} = \frac{KW_{kk}(p)}{hp(T_{\Pi}p + 1)(T_y p + 1)(T_{ос} p + 1)}, \quad (1.82)$$

где $T_{\Pi} = \frac{A}{h}$.

При отсутствии корректирующего контура и безынерционной цепи стабилизации ($W_c(p) = K$) частотные характеристики разомкнутого гиросtabilизатора представлены на рисунке 1.39, а). Для обеспечения необходимых запасов устойчивости в цепи стабилизации может быть включен корректирующий контур с передаточной функцией (рис. 1.39, б))

$$W_{kk}(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}.$$

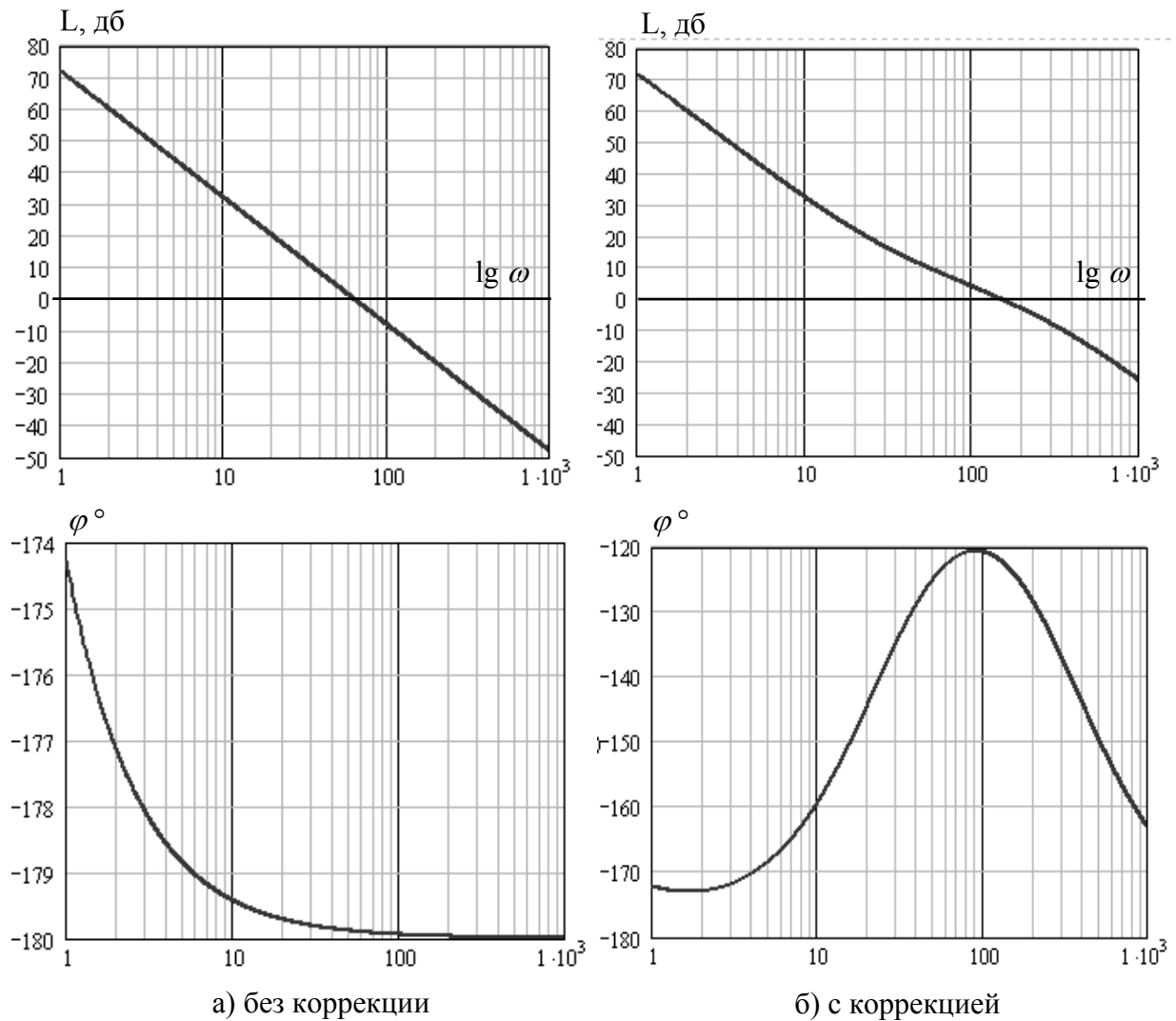


Рис. 1.39. Частотные характеристики индикаторного гиросtabilизатора

Для более глубокого ознакомления с динамикой одноосного канала индикаторного гиросtabilизатора можно обратиться к работе [3].

1.4. Системы ориентирования гиросtabilизаторов

При рассмотрении принципа действия гиросtabilизатора в режиме стабилизации было показано, что без дополнительных устройств гиросtabilизатор не обладает избирательностью по отношению к какому-то определенному направлению. Система стабилизации стабилизирует платформу с установленными на ней объектами в том положении, какое занимала платформа в момент включения системы стабилизации. Если платформа отклонилась от заданного в некоторой базовой системе координат направления под влиянием вредных моментов по осям прецессии гироскопов или из-за вращения самой базовой системы координат, то система стабилизации не устраняет это отклонение.

Для того, чтобы привести платформу в заданное положение относительно базовой системы координат, ликвидировать отклонения платформы от требуемого положения или изменить ее положение желаемым образом, в гиросtabilизатор вводится система управления положением платформы, или система ориентирования платформы, которая заставляет платформу следовать за требуемым положением, например следящая система головки самонаведения, система слежения за звездами, система горизонтирования платформы и т.п. Часто ее называют системой коррекции. Систему ориентирования, служащую только для начальной ориентации платформы и не работающей при движении объекта, называют системой приведения, или начальной выставки.

1.4.1. Уравнение движения гиросtabilизатора в режиме ориентирования

Система ориентирования (рис. 1.40) включает в себя чувствительный элемент 1, усилитель системы коррекции (УСК) 2 и датчик моментов (ДМ) 3. Объектом регулирования является платформа с гироскопом. Зачастую роль чувствительного элемента играет стабилизируемый объект (ньютонметр, гироскоп, головка самонаведения) задающий базовое направление и измеряющий отклонение платформы от этого направления.

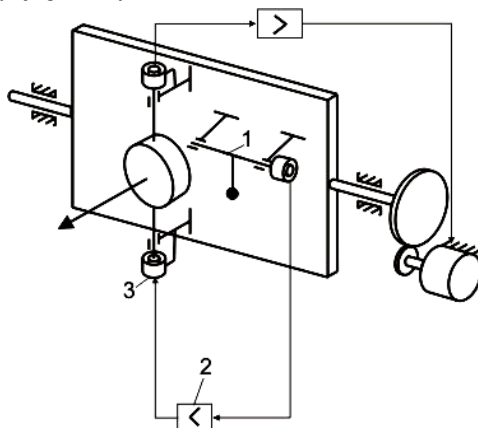


Рис. 1.40. Кинематическая схема ГС с системой ориентирования

Введем базовую систему координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1.41) (например горизонтальную). Положение платформы по отношению к системе координат $O\xi\eta\zeta$ определим малым углом α . Пусть базовая система координат вращается с угловой скоростью ω_η .

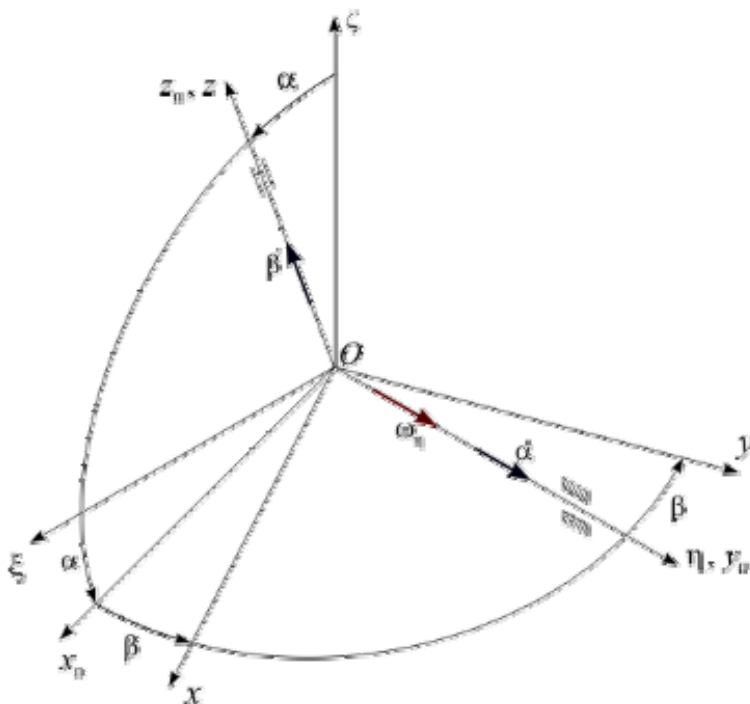


Рис. 1.41. Базовая система координат

Уравнения гиросtabilизатора имеют вид

$$\begin{aligned} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\eta) + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta &= M_1; \\ B\ddot{\beta} - H(\dot{\alpha} + \omega_\eta) - M_K &= M_2, \end{aligned} \quad (1.83)$$

где M_K – момент коррекции, прикладывается таким образом, чтобы ликвидировать угол α .

Будем считать, что

$$M_K = K_1\alpha, \quad (1.84)$$

где K_1 – коэффициент усиления цепи приведения (коррекции).

Полагая, что $\omega_\eta = const$ и учитывая (1.84), система уравнение (1.83) будет

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + H\dot{\beta} + K\beta &= M_1; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} - K_1\alpha &= M_2 + H\omega_\eta. \end{aligned} \quad (1.85)$$

Применяя к уравнениям (1.85) преобразование Лапласа, получим

$$\begin{aligned} (Ap^2 + hp)^2\alpha(p) + (Hp + K)\beta(p) &= M_1(p); \\ Bp^2\beta(p) - (Hp - K_1)\alpha(p) &= M_2(p) + H\omega_\eta(p). \end{aligned} \quad (1.86)$$

Структурная схема гиросtabilизатора в режиме ориентирования имеет вид

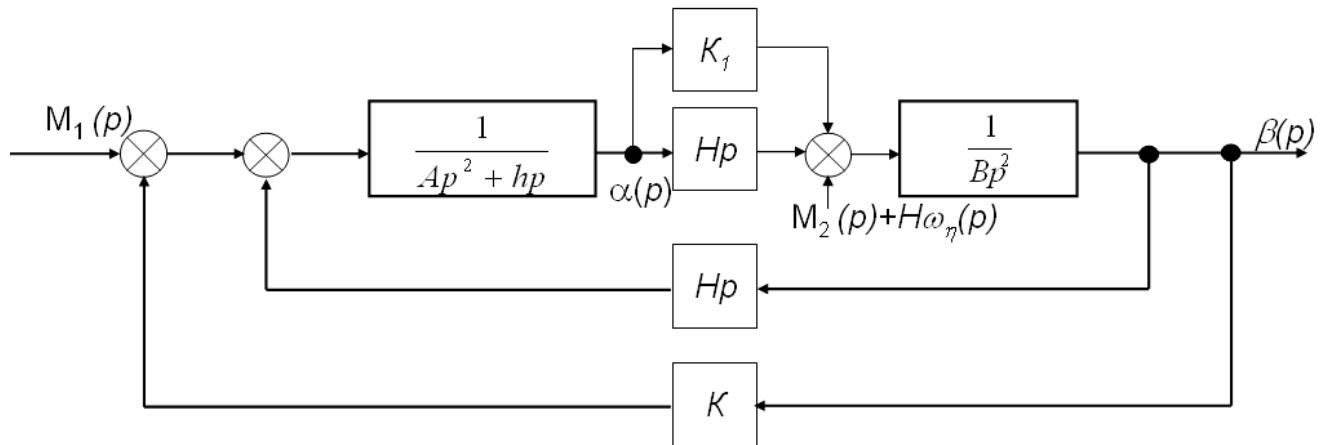


Рис. 1.42. Структурная схема гиросtabilизатора в режиме ориентирования

Из структурной схемы получим следующие передаточные функции

$$W_{\alpha, M_1}(p) = \frac{Bp^2}{ABp^4 + Bhp^3 + H^2p^2 + H(K + K_1)p + KK_1}; \quad (1.87)$$

$$W_{\alpha, M_2}(p) = \frac{Hp + K}{ABp^4 + Bhp^3 + H^2p^2 + H(K + K_1)p + KK_1}; \quad (1.88)$$

$$W_{\alpha, \omega_\eta}(p) = \frac{H(Hp + K)}{ABp^4 + Bhp^3 + H^2p^2 + H(K + K_1)p + KK_1}; \quad (1.89)$$

$$W_{\beta, M_1}(p) = \frac{Hp + K_1}{ABp^4 + Bhp^3 + H^2p^2 + H(K + K_1)p + KK_1}. \quad (1.90)$$

Из передаточных функций (1.87) и (1.90) видно, что при постоянном возмущающем моменте M_1

$$\alpha_{cm} = 0,$$

а угол поворота гиросузла

$$\beta_{cm} = \frac{M_1}{K}.$$

Из передаточной функции (1.88) и (1.89) следует, что при действии возмущающего момента по оси прецессии гиросtabilизатор имеет статическую погрешность

$$\alpha_{cm} = \frac{M_2}{K_1}, \quad (1.91)$$

а угловая скорость ω_η вносит скоростную ошибку

$$\alpha_v = -\frac{H\omega_\eta}{K_1}. \quad (1.92)$$

При анализе системы ориентирования достаточно использовать прецессионные уравнения движения гиросtabilизатора в виде

$$H\dot{\alpha} + K_1\alpha = -M_2 - H\omega_\eta, \quad (1.93)$$

или

$$T\dot{\alpha} + \alpha = \alpha_{cm} + \alpha_v, \quad (1.94)$$

где $T = \frac{H}{K_1}$.

Решение уравнение (1.108) имеет вид

$$\alpha = (\alpha_0 - \alpha^*)e^{-\frac{t}{T}} + \alpha^*, \quad (1.95)$$

где α_0 – начальное отклонение платформы;

$$\alpha^* = \alpha_{cm} + \alpha_v.$$

Из выражения (1.95) видно, что время ориентирования зависит как от величины начального рассогласования α_0 , так и от постоянной времени $T = \frac{H}{K}$: чем больше K_1 , тем время ориентирования меньше. С этой точки зрения коэффициент K_1 следовало бы увеличить, однако при этом возрастают динамические погрешности системы ориентирования (на подвижном основании).

Для устранения статистической и скоростной погрешностей может быть использована интегральная система ориентирования, в которой

$$M_K = K_2 \int_0^t \alpha d\tau,$$

т.е. управляющий момент пропорционален интегралу от угла отклонения платформы. Прецессионное уравнение движения платформы при этом имеет вид

$$H\dot{\alpha} + K_2 \int_0^t \alpha d\tau = -M_2 - H\omega_\eta. \quad (1.96)$$

Продифференцировав обе части этого уравнения по времени, получим

$$\ddot{\alpha} + \frac{K_2}{H}\alpha = -\frac{\dot{M}_2}{H} - \dot{\omega}_\eta. \quad (1.97)$$

Если M_2 и ω_η постоянны, то постоянная ошибка отсутствует. Уравнение (1.97) в этом виде будет

$$\ddot{\alpha} + \frac{K_2}{H}\alpha = 0,$$

а его решение имеет вид

$$\alpha = \alpha_0 \cos \sqrt{\frac{K_2}{H}}t,$$

т.е. гиросtabilизатор совершает незатухающие колебания около требуемого положения. Для получения затухающего переходного процесса ориентирования применяется интегро-позиционная система ориентирования, в которой

$$M_K = K_1\alpha + K_2 \int_0^t \alpha d\tau.$$

Уравнение движения гиросtabilизатора в этом случае будет

$$H\dot{\alpha} + K_1\alpha + K_2\int_0^t \alpha d\tau = -M_2 - H\omega_\eta.$$

Дифференцируя обе части этого уравнения по времени, приходим к уравнению

$$\ddot{\alpha} + \frac{K_1}{H}\dot{\alpha} + \frac{K_2}{H}\alpha = -\frac{\dot{M}_2}{H} - \dot{\omega}_\eta. \quad (1.98)$$

Из уравнения следует, что при интeгpо-позиционной системе ориентирования отсутствует **постоянная погрешность**, а переходный процесс – **затухающий**.

1.4.2. Работа гиросtabilизатора в режиме приведения

Система приведения гиросtabilизатора в требуемое исходное положение относительно базовой системы координат состоит в общем случае из двух каналов: **канала грубого** и **канала точного приведения**.

Канал точного приведения является **системой ориентирования** (системой коррекции) и был рассмотрен в предыдущем параграфе.

Канал грубого приведения состоит из **чувствительного элемента**, **усилителя** и исполнительного устройства – **двигателя**. В качестве двигателя канала грубого приведения используется двигатель стабилизации. Канал грубого приведения предназначен для быстрого приведения платформы гиросtabilизатора в требуемое положение при больших (несколько десятков или даже сотен градусов) начальных отклонениях (рис. 1.43).

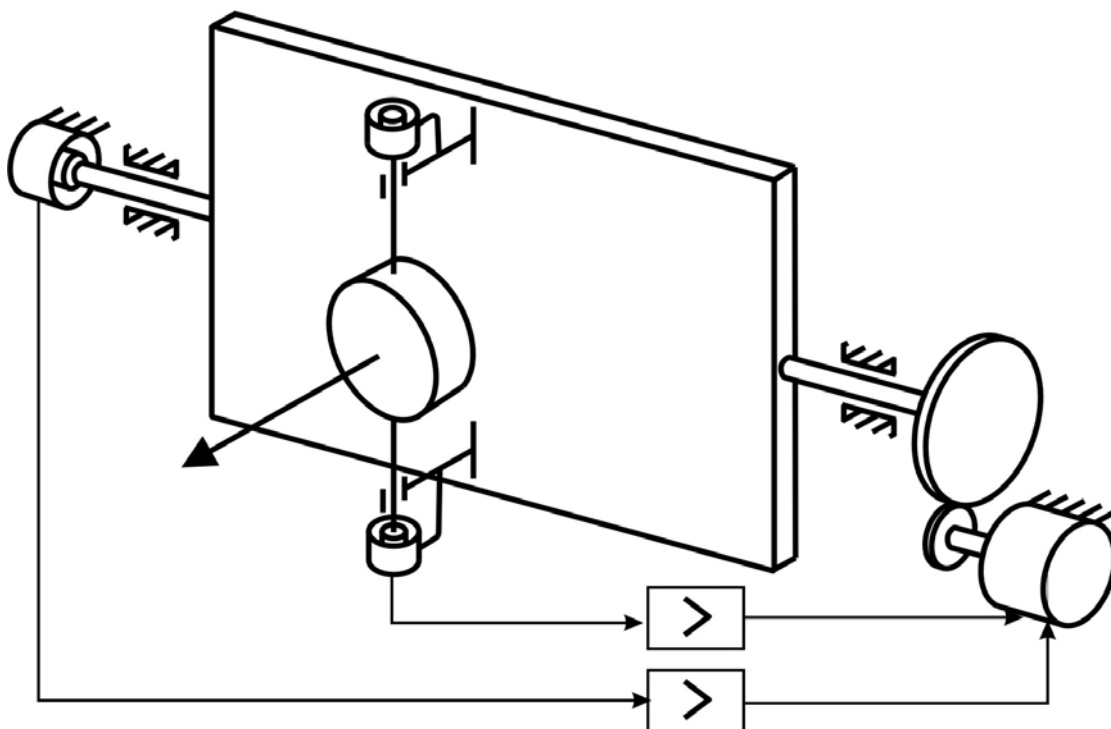


Рис. 1.43. Кинематическая схема ГС в режиме приведения

В качестве чувствительного элемента системы ускоренного приведения может быть использован датчик команд (ДК), предназначенный для измерения угловых отклонений объекта от требуемого положения или маятник, установленными на платформе (на рисунке не показан).

Допустим, что платформа отклонена от требуемого положения на большой угол α_0 . При этом сигнал с датчика команд через усилитель подается на двигатель стабилизации, который прикладывает момент (будем называть его моментом приведения M_{np}) к оси стабилизации.

Для нормальной работы системы приведения момент приведения должен быть больше момента стабилизации. В начальный момент времени момент приведения компенсируется гироскопическим моментом и моментом стабилизации. В дальнейшем гироскоп доходит до конструктивных упоров и угловая скорость прецессии, а следовательно, и гироскопический момент обращаются в нуль.

Уравнение движения гиростабилизатора в этом случае (гироблок лежит на упоре) имеет вид

$$A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} - K\beta_{yn} = M_1 - M_{np}, \quad (1.99)$$

где $K\beta_{yn}$ – момент двигателя в режиме стабилизации при повороте гироблока до упора.

Перепишем уравнение (4.17) к виду

$$A\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} = -\Delta M, \quad (1.100)$$

где $\Delta M = M_1 + M_{np} - K\beta_{yn}$.

Под действием разности моментов ΔM гиростабилизатор совершает движение в исходное положение по закону

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \frac{\Delta M}{h}t + \frac{\Delta MA}{h^2} \left(1 - e^{-\frac{h}{A}t} \right). \quad (1.101)$$

При достижении платформой требуемого положения сигнал с датчика команд, а следовательно, и момент приведения M_{np} станут равны нулю и платформа остановится. Выбор величины ΔM добиваются достижения необходимой угловой скорости $\dot{\alpha}$, такой, что на приведение платформы с углов в несколько десятков градусов будут затрачиваться секунды времени. Величина скорости $\dot{\alpha}$ ограничивается допустимым значением гироскопического момента $M_r = H\dot{\alpha}$, который, действуя на платформу через опоры гиromотора, может деформировать и даже поломать элементы подвеса гироскопа. Поэтому при выборе величины скорости $\dot{\alpha}$ в режиме грубого приведения необходимо соблюдать условие

$$\dot{\alpha}_{\max} \leq \frac{M_{дон}}{H}. \quad (1.102)$$

Чтобы снизить ограничение (1.102), режим грубого приведения целесообразно совмещать с разгоном ротора гироскопа, когда кинетический момент не достиг номинального значения.

1.5. Влияние конечной жесткости элементов конструкции на динамику гиросtabilизатора

В реальных ГС его конструктивные элементы обладают упругой податливостью, в следствии чего при передачи усилий через эти элементы происходят их упругие деформации. При описании движения ГС обычно учитывают упругую податливость в виде сосредоточенных упругих связей между ограниченным числом абсолютно жестких элементов – гиروزлом и платформой, платформой и ротором стабилизирующего двигателя. На работу ГС могут оказывать существенное влияние конечной жесткости его элементов конструкции: подвеса гиروزла и редуктора.

1.5.1. Учет конечной жесткости подвеса гироскопа

Уравнения движения гиросtabilизатора (рис. 1.44) на неподвижном основании с учетом конечной жесткости подвеса гиروزла имеют вид [1]

$$\begin{aligned} A' \ddot{\alpha} + h \dot{\alpha} + C(\alpha - \alpha_r) + K\beta &= M_1; \\ B' \ddot{\alpha}_r - C(\alpha - \alpha_r) + H\dot{\beta} &= 0; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha}_r &= M_2, \end{aligned} \quad (1.103)$$

где $A' = A - B'$; C – жесткость подвеса гироскопа; α_r – угол поворота гиروزла вокруг оси стабилизации, обусловленный конечной жесткостью; B' – момент инерции гиروزла относительно оси стабилизации.

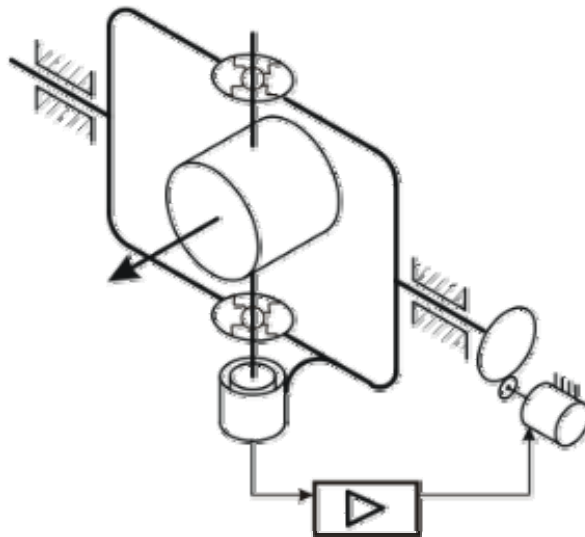


Рис. 1.44. Кинематическая схема ГС с учетом конечной жесткости подвеса гироблока

В операторной форме система уравнений (1.103) имеет вид

$$\begin{aligned} (A'p^2 + hp + C)\alpha(p) + K\beta(p) - C\alpha_r(p) &= M_1(p); \\ (B'p^2 + C)\alpha_r(p) - C\alpha(p) + Hp\beta(p) &= 0; \\ Bp^2\beta(p) - Hp\alpha_r(p) &= M_2. \end{aligned} \quad (1.104)$$

Структурная схема гиросtabilизатора изображена на рисунке 1.45.

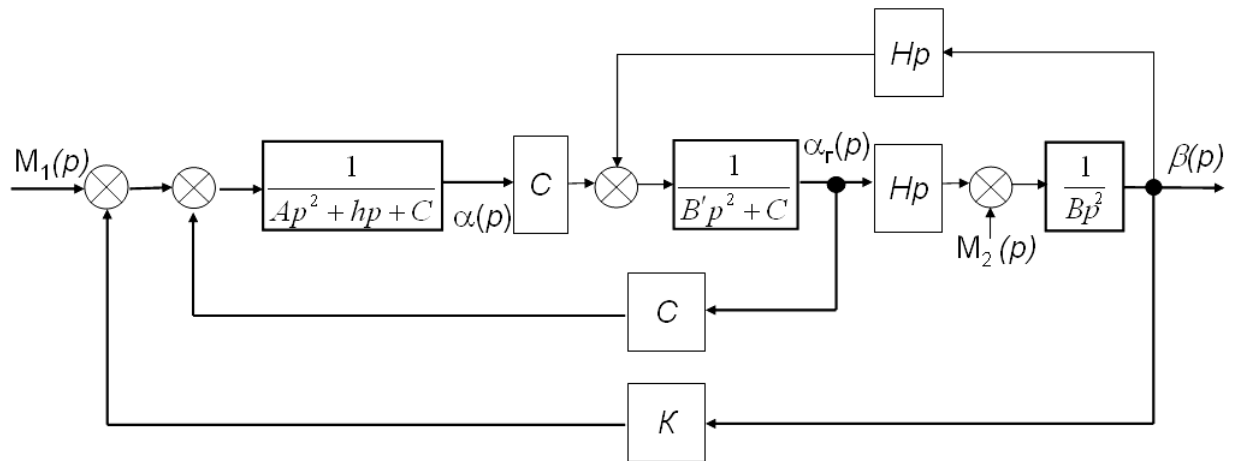


Рис. 1.45. Структурная схема гиросtabilизатора

На рисунке 1.46 представлена преобразованная структурная схема гиросtabilизатора.

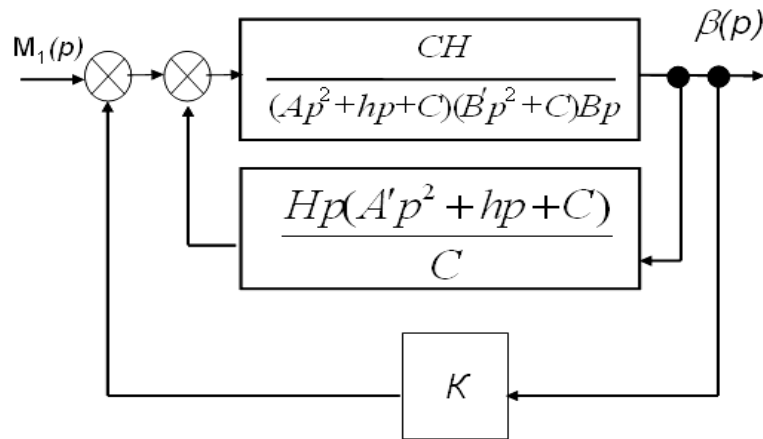


Рис. 1.46. Преобразованная структурная схема гиросtabilизатора

Из структурной схемы (рис. 1.46) имеем передаточную функцию разомкнутого гиросtabilизатора

$$W_p(p) = \frac{CHK}{p(a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4)}, \quad (1.105)$$

где $a_0 = A'B'B$; $a_1 = B'Bh$; $a_2 = A'H^2 + CBA$; $a_3 = h(H^2 + CB)$; $a_4 = H^2C$; $A = A' + B'$.
Используя метод Лина, знаменатель передаточной функции (1.105) для реальных параметров гиросtabilизатора разлагается на два сомножителя

$$\begin{aligned} a_0 \left(p^4 + \frac{a_1}{a_0} p^3 + \frac{a_2}{a_0} p^2 + \frac{a_3}{a_0} p + \frac{a_4}{a_0} \right) &= \\ &= a \left(p^2 + \frac{a_3}{a_2} p + \frac{a_1}{a_2} \right) \left[p^2 + \frac{hB'BC}{A'(A'H^2 + CBA)} p + \frac{a_2}{a_0} \right]. \end{aligned} \quad (1.106)$$

Учитывая разложения (1.106), получим

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp \left[T^2 \left(1 + \frac{A' H^2}{A CB} \right) p^2 + 2T\xi \left(1 + \frac{H^2}{CB} \right) p + 1 \right]} \times \left[T_0^2 \frac{A'}{A \left(1 + \frac{A' H^2}{A CB} \right)} p^2 + \frac{A' h \left(\frac{B'}{A} \right)^2}{A C \left(1 + \frac{A' H^2}{A BC} \right)^2} p + 1 \right]. \quad (1.107)$$

Для реальных параметров гиостабилизаторов $A \approx A'$, тогда, обозначая

$$\mu^2 = 1 + \frac{H^2}{BC},$$

получим

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp \left[T^2 \mu^2 p^2 + 2T\xi \mu^2 p + 1 \right] \left[\frac{T_0^2}{\mu} p^2 + \frac{2T_0\xi_0}{\mu^4} p + 1 \right]}, \quad (1.108)$$

где $T_0^2 = \frac{B'}{C}$; $2T_0\xi_0 = \frac{h \left(\frac{B'}{A} \right)^2}{C}$.

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики разомкнутого ГС с учетом конечной жесткости подвеса гиروزла представлены на рисунке 1.47.

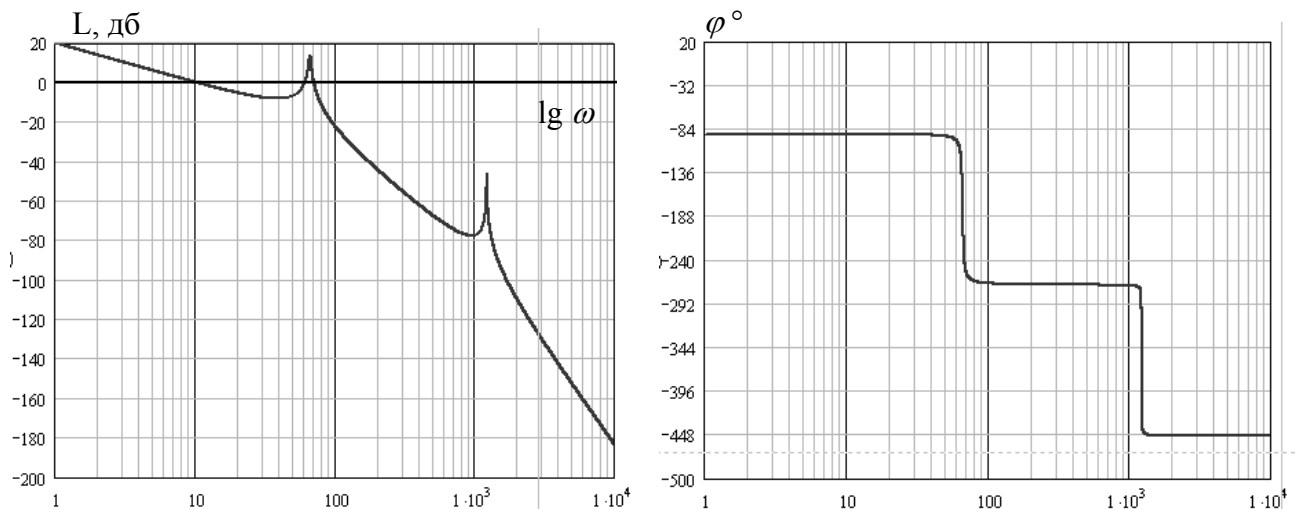


Рис. 1.47. Частотные характеристики разомкнутого ГС с учетом конечной жесткости подвеса гиروزла

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики разомкнутого ГС при бесконечной жесткости подвеса гиروزла представлены на рисунке 1.48.

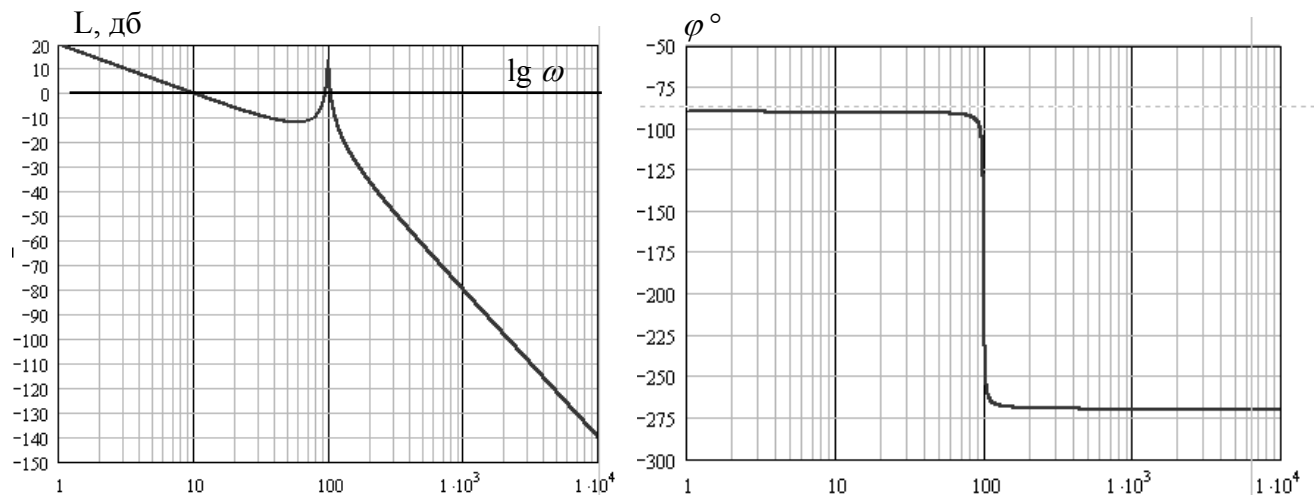


Рис. 1.48. Частотные характеристики разомкнутого ГС при бесконечной жесткости подвеса гиروزла

Амплитудная характеристика имеет два пика (см. рис. 1.47), соответствующих частотам $\omega = \frac{H}{\sqrt{AB}} \cdot \frac{1}{\mu}$ и $\omega = \sqrt{\frac{C}{B' \mu}}$.

Нетрудно видеть, что в соответствии с фазовой характеристикой ограничение необходимо накладывать только на первый пик амплитудно-частотной характеристики, так как он находится в районе фазовых сдвигов, близких к $\varphi = -180^\circ$. Величина и положение второго пика могут быть произвольными, так как фазовая характеристика правее первого пика нигде не приближается к значению $\varphi = -k \cdot 180^\circ$, где k – целое нечетное число.

В связи с этим выражение (1.108) для расчета запаса устойчивости и определения параметров корректирующего контура можно свести к приближенному виду

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp[T^2 \mu^2 p^2 + 2T\xi \mu^2 p + 1]}, \quad (1.109)$$

или

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp[T_3^2 p^2 + 2T_3 \xi_3 p + 1]}. \quad (1.110)$$

Угловая частота свободных колебаний эквивалентного звена равна

$$\nu_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{T\mu} = \frac{H}{\mu\sqrt{AB}}. \quad (1.111)$$

Относительный коэффициент демпфирования равен

$$\xi_{\alpha} = \frac{T\xi\mu^2}{T_{\alpha}} = \frac{h\mu}{2H} \sqrt{\frac{B}{A}}. \quad (1.112)$$

Из этих формул видно, что упругость подвеса снижает частоту свободных колебаний и увеличивает относительный коэффициент демпфирования.

1.5.2. Учет конечной жесткости редуктора

Уравнения движения гиросtabilизатора (рис. 1.49) с учетом конечной жесткости редуктора имеют вид [1]

$$\begin{aligned} A'\ddot{\alpha} + C(\alpha - \alpha_p) + H\beta &= M_1; \\ J_p i^2 \ddot{\alpha}_p + h\dot{\alpha}_p - C(\alpha - \alpha_p) + K\beta &= 0; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} &= M_2, \end{aligned} \quad (1.113)$$

где $A' = A - J_p i^2 = A - J$; C – приведенная к оси стабилизации жесткость редуктора; α_p – угол поворота ротора двигателя стабилизации, приведенный к оси стабилизации.

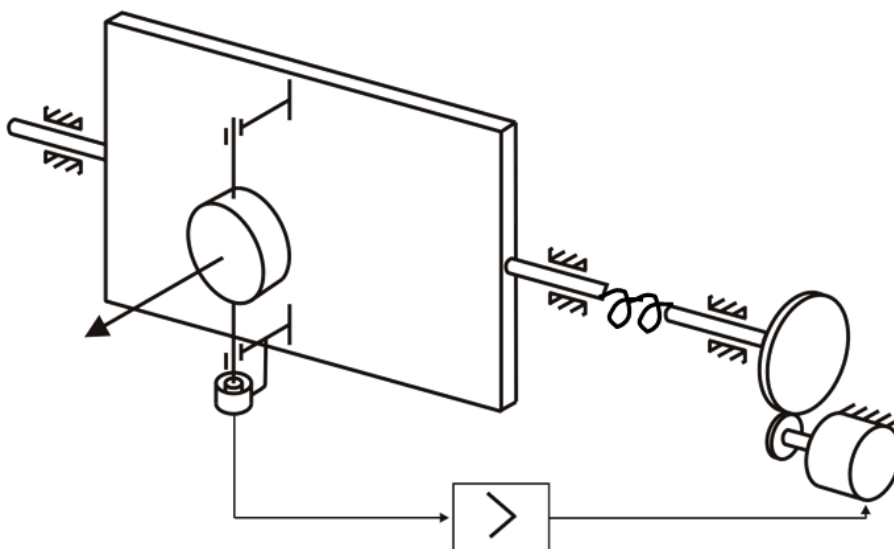


Рис. 1.49. Кинематическая схема гиросtabilизатора с учетом конечной жесткости редуктора

В операторной форме система уравнений (1.113) имеет вид

$$\begin{aligned} (A'p^2 + C)\alpha(p) - C\alpha_p(p) + Hp\beta(p) &= M_1(p); \\ (Jp^2 + hp + C)\alpha_p(p) - C\alpha(p) + K\beta(p) &= 0; \\ Bp^2\beta(p) - Hp\alpha(p) &= M_2. \end{aligned} \quad (1.114)$$

Структурная схема гиросtabilизатора имеет вид

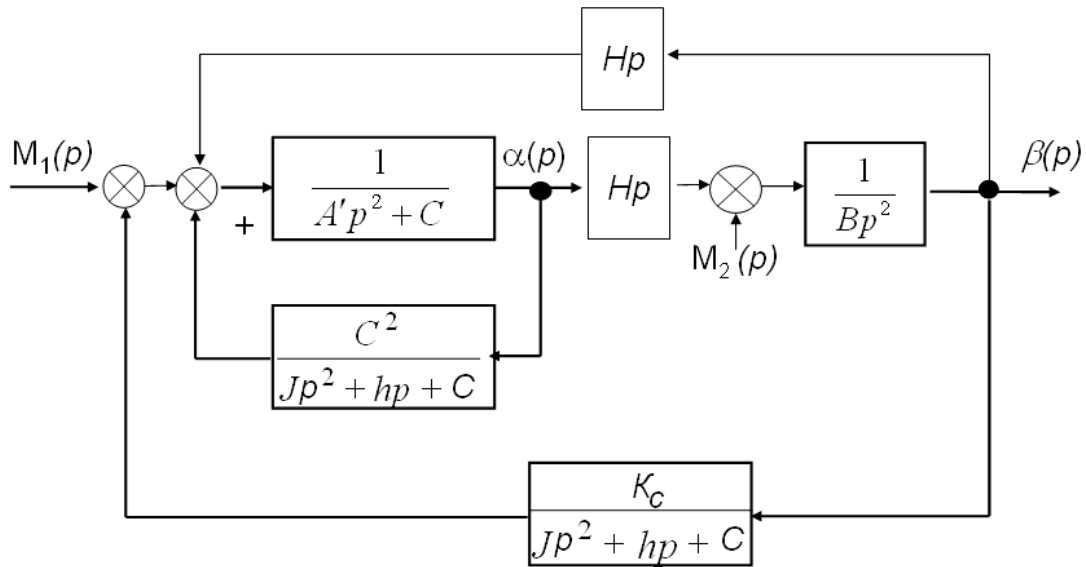


Рис. 1.50. Структурная схема гиросtabilизатора с учетом конечной жесткости редуктора

Из структурной схемы (рис. 1.50) имеем передаточную функцию разомкнутого гиросtabilизатора

$$W_p(p) = \frac{KHC}{p(a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4)}, \quad (1.115)$$

где $a_0 = A'BJ$; $a_1 = A'Bh$; $a_2 = ABC + H^2J$; $a_3 = h(H^2 + CB)$; $a_4 = H^2C$; $A = A' + J$.

Для реальных параметров гиросtabilизатора знаменатель передаточной функции (1.115) с высокой точностью разлагается на два сомножителя

$$\begin{aligned} a_0 \left(p^4 + \frac{a_1}{a_0} p^3 + \frac{a_2}{a_0} p^2 + \frac{a_3}{a_0} p + \frac{a_4}{a_0} \right) = \\ = a_0 \left(p^2 + \frac{a_3}{a_2} p + \frac{a_4}{a_2} \right) \left[p^2 + \frac{A'BC h}{J(ABC + H^2J)} p + \frac{a_2}{a_0} \right]. \end{aligned} \quad (1.116)$$

С учетом разложения (1.116) передаточная функция разомкнутого гиросtabilизатора имеет вид

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp \left[T^2 \left(1 + \frac{H^2 J}{CB A} \right) p^2 + 2T\xi \left(1 + \frac{H^2}{CB} \right) p + 1 \right]} \times \frac{1}{\left[T_0^2 \frac{A'}{A} \frac{1}{\left(1 + \frac{H^2 J}{CB A} \right)} p^2 + \left(\frac{A'}{A} \right)^2 \frac{h}{C \left(1 + \frac{H^2 J}{BC A} \right)^2} p + 1 \right]}. \quad (1.117)$$

Выражение (1.117) может быть записано в упрощенном виде

$$W_p(p) = \frac{K}{Hp \left[T^2 \left(1 + \frac{H^2 I}{CB A} \right) p^2 + 2T\xi \left(1 + \frac{H^2}{CB} \right) p + 1 \right]}. \quad (1.118)$$

Частота свободных колебаний разомкнутого гиостабилизатора равна

$$\nu_{\omega} = \frac{H}{\sqrt{AB} \sqrt{1 + \frac{H^2 I}{BC A}}}. \quad (1.119)$$

Относительный коэффициент демпфирования определяется из выражения

$$\xi_{\omega} = \frac{h}{2H} \sqrt{\frac{B}{A}} \frac{1 + \frac{H^2}{BC}}{\sqrt{1 + \frac{H^2 I}{BC A}}}. \quad (1.120)$$

Итак, упругость редуктора также снижает частоту свободных колебаний и увеличивает относительный коэффициент демпфирования.

2. ДВУХОСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ

В тех случаях, когда необходимо обеспечить стабилизацию платформы с установленными на ней объектами относительно двух осей (например, стабилизировать положение соответствующих осей платформы в плоскости местного горизонта), применяются двухосные гиростабилизаторы (ГС). На платформе такого ГС устанавливаются два гироскопа (рис. 2.1). При этом оси чувствительности гироскопов параллельны соответствующим осям стабилизации. Такой ГС можно рассматривать как совокупность двух одноосных ГС, каждый из которых осуществляет стабилизацию платформы относительно одной из осей.

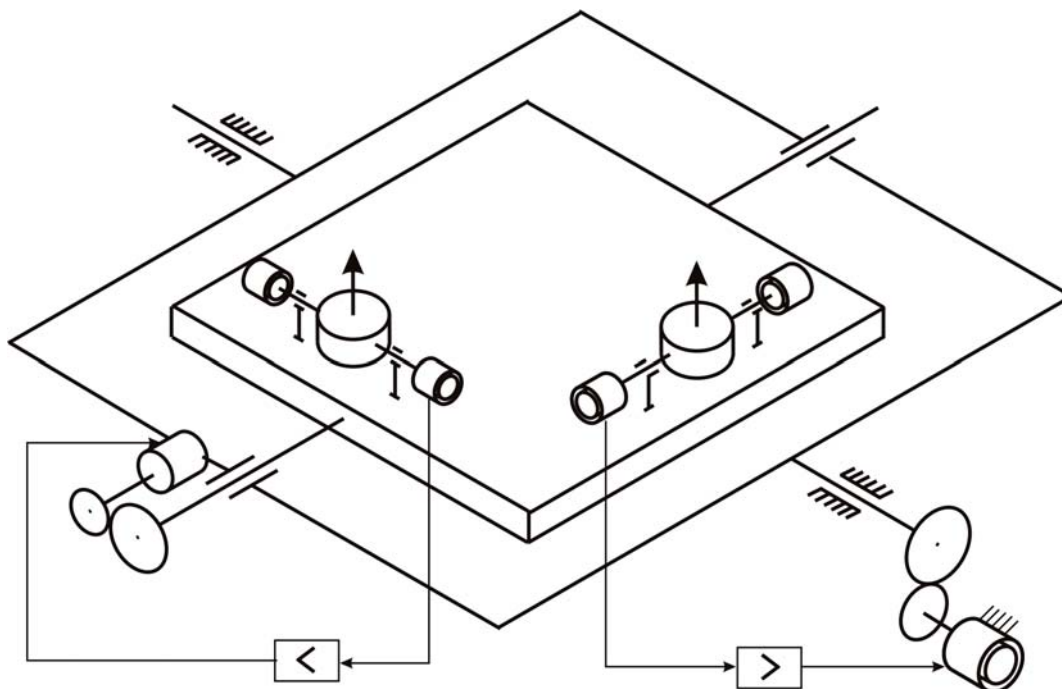


Рис. 2.1. Кинематическая схема (схема А) двухосного ГС, оси роторов гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы

Платформа двухосного ГС имеет две степени свободы относительно объекта, вращение же платформы вокруг оси, перпендикулярной плоскости, заключающей оси стабилизации, происходит вместе с объектом.

2.1. Уравнения движения двухосного гиростабилизатора, оси роторов гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы, на подвижном основании

Кинематическая схема двухосного ГС, оси роторов гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы представлена на рисунке 2.1. Введем систему координат $O\xi\eta\zeta$ связанную с основанием, систему координат $Ox_p y_p z_p$ связанную с рамой, систему координат $Ox_n y_n z_n$ связанную с платформой (рис. 2.2), и системы координат $Ox_1 y_1 z_1$, $Ox_2 y_2 z_2$ связанные с гироблоками (рис. 2.3).

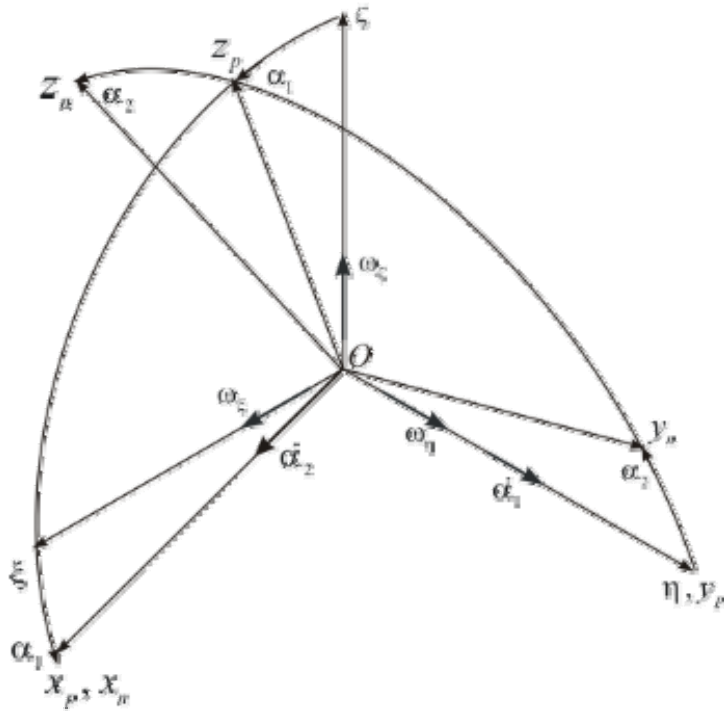


Рис. 2.2. Системы координат, связанные с основанием, рамой и платформой

Обозначим:

α_1 – угол поворота рамы стабилизатора относительно основания;

α_2 – угол поворота платформы относительно рамы;

β_1, β_2 – углы поворота гироскопов;

H_1, H_2 – кинетические моменты гироскопов;

$J_{x_p} (J_{y_p}, J_{z_p})$ – момент инерции рамы относительно оси x_p (y_p, z_p);

$J_{x_n} (J_{y_n}, J_{z_n})$ – момент инерции платформы относительно оси x_n (y_n, z_n);

B_1, B_2 – моменты инерции гироскопов относительно осей прецессии.

Проекции абсолютных угловых скоростей рамы и платформы на связанные оси:

$$\begin{aligned}
 \omega_{x_p} &= \omega_\xi \cos \alpha_1 - \omega_\zeta \sin \alpha_1; & \omega_{x_n} &= \omega_{x_p} + \dot{\alpha}_2; \\
 \omega_{y_p} &= \omega_\eta + \dot{\alpha}_1; & \omega_{y_n} &= \omega_{y_p} \cos \alpha_2 + \omega_{z_p} \sin \alpha_2; \\
 \omega_{z_p} &= \omega_\xi \cos \alpha_1 + \omega_\zeta \sin \alpha_1; & \omega_{z_n} &= \omega_{z_p} \cos \alpha_2 - \omega_{y_p} \sin \alpha_2.
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Для вывода уравнений движения гиросtabilизатора воспользуемся методом кинетостатики. Сумма моментов относительно осей прецессии гироскопов (рис. 2.3)

$$\begin{aligned}
 \sum m \omega x_1 &= 0; \\
 -B_1(\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}_{x_n}) - H_1 \omega_{y_n} - H_1 \beta_1 \omega_{z_n} + M_{21} &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
 \sum m \omega y_2 &= 0; \\
 -B_2(\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{y_n}) - H_2 \omega_{x_n} - H_2 \beta_2 \omega_{z_n} + M_{22} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

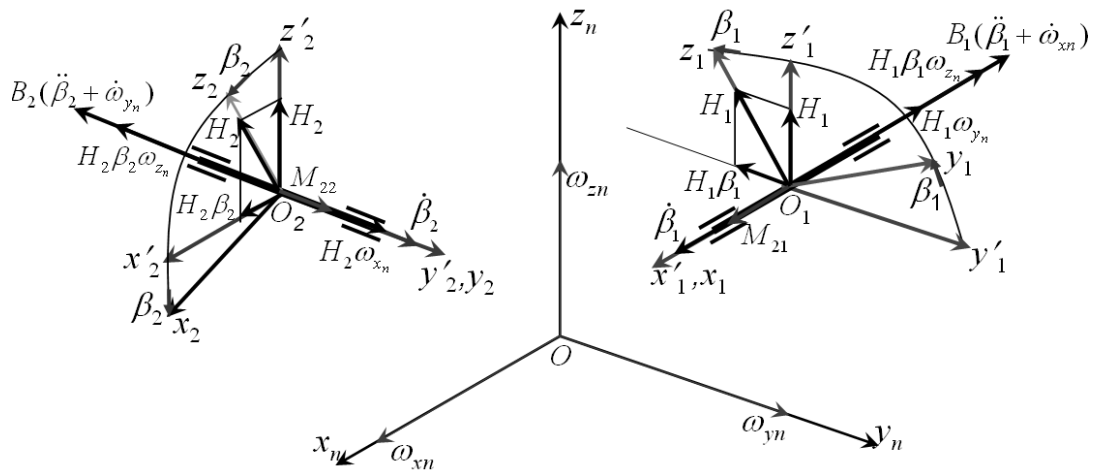


Рис. 2.3. Моменты относительно осей гиросблоков

Запишем выражения для инерционных и гироскопических моментов (рис. 2.4) относительно осей платформы в виде

$$\begin{aligned}
 M_{x_n} &= -J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} - H_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{y_n}); \\
 M_{y_n} &= -J_{y_n} \dot{\omega}_{y_n} + (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_{z_n} \omega_{x_n} + H_1 (\dot{\beta}_1 + \omega_{x_n}); \\
 M_{z_n} &= -J_{z_n} \dot{\omega}_{z_n} + (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_{x_n} \omega_{y_n} + H_1 \beta_1 (\dot{\beta}_2 + \omega_{x_n}) + H_2 \beta_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{y_n}).
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

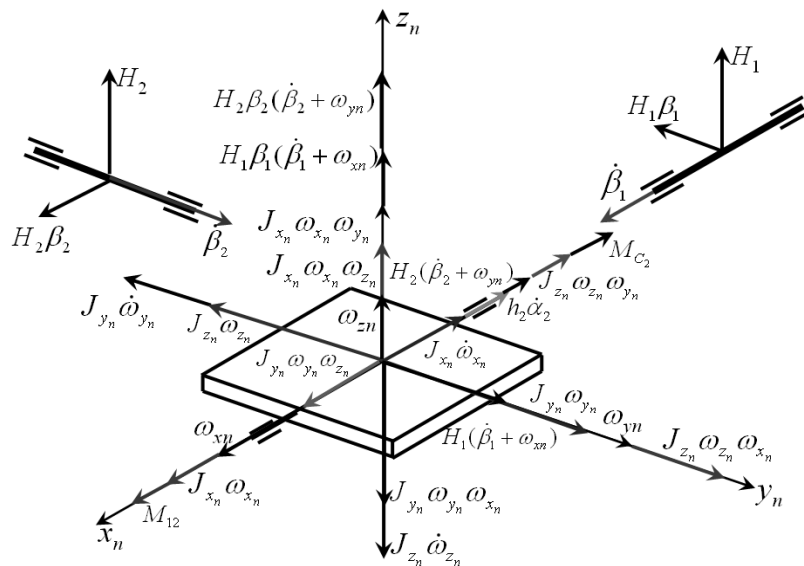


Рис. 2.4. Моменты относительно осей платформы

Сумма моментов относительно оси x_n платформы

$$\begin{aligned}
 \sum \text{mom}_{x_n} &= 0; \\
 M_{x_n} - h_2 \dot{\alpha}_2 - M_{C_2} + M_{12} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Сумма моментов относительно оси y_p рамы (рис. 2.5)

$$\begin{aligned}
 \sum \text{mom}_{y_p} &= 0; \\
 -J_{y_p} \dot{\omega}_{y_p} + (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_{z_n} \omega_{x_p} + M_{y_n} \cos \alpha_2 - M_{z_n} \sin \alpha_2 - h_1 \dot{\alpha}_1 + M_{C_1} + M_{11} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

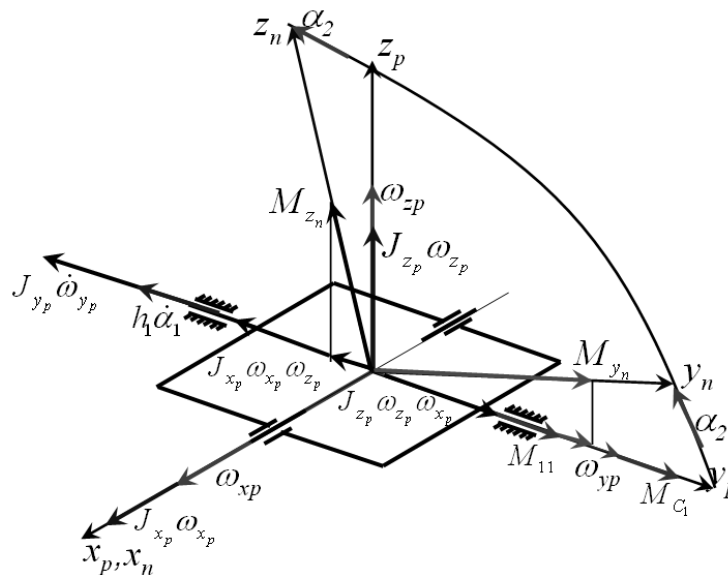


Рис. 2.5. Моменты относительно оси y_p рамы

Перепишем уравнения (2.2), (2.3), (2.5) и (2.6) в виде системы

$$\begin{aligned}
 J_{y_p} \dot{\omega}_{y_p} - (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_{z_n} \omega_{x_p} - M_{y_n} \cos \alpha_2 + M_{z_n} \sin \alpha_2 + h_1 \dot{\alpha}_1 - M_{C_1} &= M_{11}; \\
 B_1 (\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}_{x_n}) + H_1 \omega_{y_n} + H_1 \beta_1 \omega_{z_n} &= M_{21}; \\
 J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} - (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} + H_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{y_n}) + h_2 \dot{\alpha}_2 + M_{C_2} &= M_{12}; \\
 B_2 (\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{y_n}) + H_2 \omega_{x_n} + H_2 \beta_2 \omega_{z_n} &= M_{22}.
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

2.2. Уравнения движения двухосного гиросtabilизатора, оси прецессии гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы, на подвижном основании

Кинематическая схема двухосного гиросtabilизатора, оси прецессии гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы, представлена на рисунке 2.6, а системы координат, связанные с гироскопами, – на рисунке 2.7.

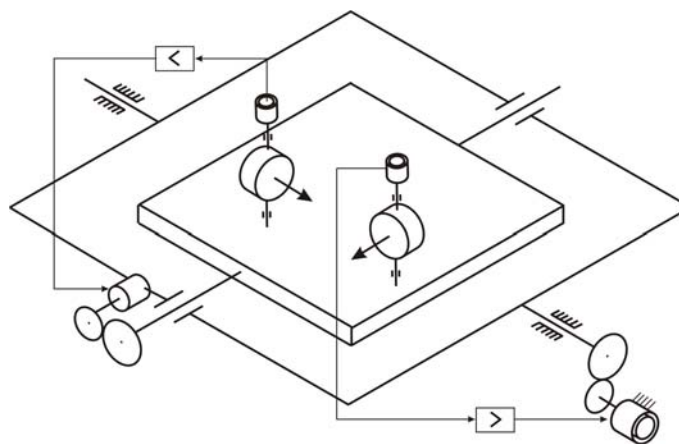


Рис. 2.6. Кинематическая схема (схема Б) двухосного гиросtabilизатора, оси прецессии гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы

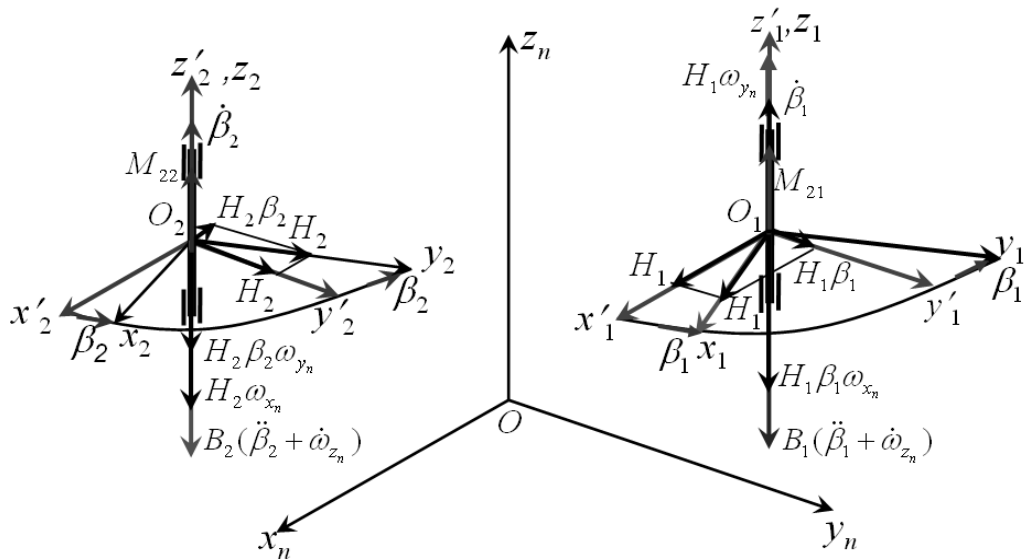


Рис. 2.7. Моменты относительно осей прецессии гироскопов

Уравнения движения гироскопов относительно осей прецессии (см. рис. 2.7)

$$\sum \text{mom}_{z_1} = 0;$$

$$-B_1(\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}_{z_n}) + H_1\omega_{y_n} - H_1\beta_1\omega_{x_n} + M_{21} = 0; \quad (2.8)$$

$$\sum \text{mom}_{z_2} = 0;$$

$$-B_2(\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{z_n}) - H_2\omega_{x_n} - H_2\beta_2\omega_{y_n} + M_{22} = 0. \quad (2.9)$$

Запишем выражения для инерционных и гироскопических моментов (рис. 2.8) относительно осей платформы в виде

$$M_{x_n} = -J_{x_n}\dot{\omega}_{x_n} + (J_{y_n} - J_{z_n})\omega_{y_n}\omega_{z_n} - H_2(\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n});$$

$$M_{y_n} = -J_{y_n}\dot{\omega}_{y_n} + (J_{z_n} - J_{x_n})\omega_{z_n}\omega_{x_n} + H_1(\dot{\beta}_1 + \omega_{z_n}); \quad (2.10)$$

$$M_{z_n} = -J_{z_n}\dot{\omega}_{z_n} + (J_{x_n} - J_{y_n})\omega_{x_n}\omega_{y_n}.$$

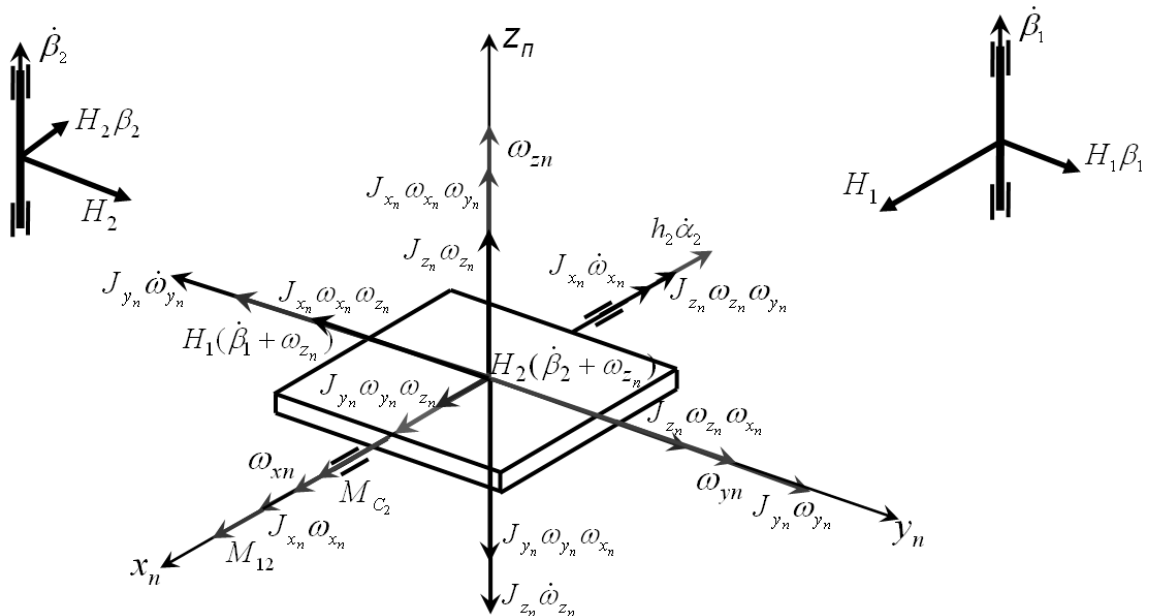


Рис. 2.8. Моменты относительно осей платформы

Сумма моментов относительно оси x_n платформы

$$\begin{aligned} \sum m o m x_n &= 0; \\ M_{x_n} - h_2 \dot{\alpha}_2 - M_{C_2} + M_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Сумма моментов относительно оси y_p рамы (рис.2.5) имеют вид

$$\begin{aligned} \sum m o m y_p &= 0; \\ -J_{y_p} \dot{\omega}_{y_p} + (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_{z_n} \omega_{x_p} + M_{y_n} \cos \alpha_2 - M_{z_n} \sin \alpha_2 - h_1 \dot{\alpha}_1 + M_{C_1} + M_{11} &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Перепишем уравнения (2.8), (2.9), (2.11) и (2.12) в виде системы

$$\begin{aligned} J_{y_p} \dot{\omega}_{y_p} - (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_{z_n} \omega_{x_p} - M_{y_n} \cos \alpha_2 + M_{z_n} \sin \alpha_2 + h_1 \dot{\alpha}_1 - M_{C_1} &= M_{11}; \\ B_1(\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}_{z_n}) - H_1 \omega_{y_n} + H_1 \beta_1 \omega_{x_n} &= M_{21}; \\ J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} - (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} + H_2(\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n}) + h_2 \dot{\alpha}_2 + M_{C_2} &= M_{12}; \\ B_2(\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{z_n}) + H_2 \omega_{x_n} + H_2 \beta_2 \omega_{y_n} &= M_{22}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.3. Уравнения движения двухосного гиросtabilизатора (схема А) на неподвижном основании

Проекция абсолютных угловых скоростей рамы, платформы и гиросблоков на связанные оси:

$$\begin{aligned} \omega_{x_p} = \omega_{z_p} &= 0; & \omega_{x_n} &= \dot{\alpha}_2; \\ \omega_{y_p} &= \dot{\alpha}_1; & \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2; \\ & & \omega_{z_n} &= -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot{\alpha}_2 + \dot{\beta}_1; \\ \omega_{y_1} &= \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \cos \beta_1 - \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_1 = \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2 + \beta_1); \\ \omega_{z_1} &= -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \cos \beta_1 - \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \sin \beta_1 = -\dot{\alpha}_1 \sin(\alpha_2 + \beta_1); \\ \omega_{x_2} &= \dot{\alpha}_2 \cos \beta_2 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_2; \\ \omega_{y_2} &= \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 + \dot{\beta}_2; \\ \omega_{z_2} &= -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_2 + \dot{\alpha}_2 \sin \beta_2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Подставив выражения (2.14) в уравнения (2.7), получим систему дифференциальных уравнений движения двухосного гиросtabilизатора (схема А) на неподвижном основании:

$$\begin{aligned} (J_{y_p} + J_{y_n} \cos^2 \alpha_2 + J_{z_n} \sin^2 \alpha_2) \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 - H_1 \dot{\beta}_1 \cos(\alpha_2 + \beta_1) - H_1 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_2 + \beta_1) + \\ + (J_{z_n} - J_{y_n}) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin 2\alpha_2 + H_2(\dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 + \beta_2) \sin \beta_2 \sin \alpha_2 - K_1 \beta_1 &= M_{11}; \\ B_1 \ddot{\beta}_1 + B_1 \ddot{\alpha}_2 + H_1 \dot{\alpha}_1 \cos(\alpha_2 + \beta_2) &= M_{21}; \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$J_{x_n} \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 + H_2 \dot{\beta}_2 \cos \beta_2 + H_2 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \cos \beta_2 + \frac{J_{y_n} - J_{z_n}}{2} \dot{\alpha}_1^2 \sin 2\alpha_2 + K_2 \beta_2 = M_{12};$$

$$B_2 \ddot{\beta}_2 + B_2 \ddot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 - H_2 \dot{\alpha}_2 \cos \beta_2 - H_2 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_2 = M_{22}.$$

Система дифференциальных уравнений (2.15), описывающая движение двухосного гиросtabilизатора (схема А) на неподвижном основании, является системой нелинейных уравнений.

Для реальных значений параметров двухосных ГС коэффициенты:

$$J_{y_p} + J_{y_n} \cos^2 \alpha_2 + J_{z_n} \sin^2 \alpha_2 = A_1;$$

$$J_{x_n} = A_2$$

изменяются очень незначительно и их можно считать постоянными. Произведем линеаризацию уравнений для случая малых отклонений ГС от равновесного состояния, которое характеризуется следующими постоянными значениями переменных:

$$\alpha_1 = \alpha_{10} + \Delta\alpha_1; \quad \alpha_2 = \alpha_{20} + \Delta\alpha_2; \quad \beta_1 = \beta_{10} + \Delta\beta_1; \quad \beta_2 = \beta_{20} + \Delta\beta_2;$$

$$\dot{\alpha}_{10} = \dot{\alpha}_{20} = 0; \quad \dot{\beta}_{10} = \dot{\beta}_{20} = 0.$$

Линеаризованные уравнения движения примут вид

$$A_1 \Delta \ddot{\alpha}_1 + h_1 \Delta \dot{\alpha}_1 - H_1 \Delta \dot{\beta}_1 \cos \alpha_{20} - H_1 \Delta \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_{20} - K_1 \Delta \beta_1 = M_{11};$$

$$B_1 \Delta \ddot{\beta}_1 + B_1 \Delta \ddot{\alpha}_2 + H_1 \Delta \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_{20} = M_{21};$$

$$A_2 \Delta \ddot{\alpha}_2 + h_2 \Delta \dot{\alpha}_2 - H_2 \Delta \dot{\beta}_2 + H_2 \Delta \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_{20} + K_2 \Delta \beta_2 = M_{12};$$

$$B_2 \Delta \ddot{\beta}_2 + B_2 \Delta \ddot{\alpha}_1 \cos \alpha_{20} - H_2 \Delta \dot{\alpha}_2 = M_{22}.$$
(2.16)

Из уравнений (2.16) следует, что двухосный гиросtabilизатор можно рассматривать как **двухканальную систему автоматического регулирования с линейными перекрестными связями между каналами**. Каждый из каналов системы имеет основные переменные: канал 1 – α_1, β_1 ; канал 2 – α_2, β_2 . Дополнительные члены уравнений, содержащие переменные соседних каналов, являются **перекрестными связями** через датчики углов прецессии.

Уравнения двухосного ГС в матричной форме имеют вид

$$\begin{Bmatrix} \overline{D}_1 & \overline{A}_{12} \\ \overline{A}_{21} & \overline{D}_2 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \overline{x}_1 \\ \overline{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{M}_1 \\ \overline{M}_2 \end{Bmatrix},$$

где $\overline{D}_1, \overline{D}_2$, – квадратные матрицы коэффициентов систем уравнений каналов; $\overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{M}_1, \overline{M}_2$ – матрицы-столбцы основных переменных каналов и возмущений

$$\overline{A}_{12} = \begin{Bmatrix} -H_1 \cos \alpha_{20} p & 0 \\ B_1 p^2 & 0 \end{Bmatrix}, \quad \overline{A}_{21} = \begin{Bmatrix} H_2 \cos \alpha_{20} p & 0 \\ B_2 \cos \alpha_{20} p^2 & 0 \end{Bmatrix}$$

или в сокращенной записи $\overline{D} \cdot \overline{x} = \overline{M}$.

Главный определитель системы уравнений, полученный в результате предположения идентичности каналов и $\alpha_{20}=0$

$$D(p) = D_1^2 + B^2 K^2 p^4.$$

Выражение для $D(p)$ раскладывается на сомножители:

$$D(p) = (D_1 + jBKp^2)(D_1 - jBKp^2).$$

Характеристические уравнения каналов гиросtabilизатора имеют вид

$$ABp^3 + Bhp^2 + Hp^2 + HK \pm jBKp = 0.$$

Подставляя в данное уравнение $p = j\omega$ и приравнявая нулю действительную и мнимую части, получаем

$$Bh\omega^2 \pm BK\omega - HK = 0;$$

$$AB\omega^3 - H^2\omega = 0,$$

откуда условие устойчивости каналов двухосного ГС

$$h > \frac{AK}{H} \left(1 \pm \sqrt{\frac{B}{A}} \right).$$

При выполнении условия $A \gg B$ перекрестные связи мало влияют на устойчивость каналов гиросtabilизатора и условие можно записать в виде

$$h > \frac{AK}{H}$$

Уравнения движения одноосного ГС являются уравнениями каждого из каналов при пренебрежении перекрестными связями. В матричной форме уравнения каналов имеют вид

$$\begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & -(H_1 \cos \alpha_{20} p + K_1) \\ H_1 \cos \alpha_{20} p & B_1 p^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Delta \alpha_1 \\ \Delta \beta_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{11} \\ M_{21} \end{vmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{vmatrix} A_2 p^2 + h_2 p & H_2 p + K_2 \\ -H_2 p & B_2 p^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{12} \\ M_{22} \end{vmatrix} \quad (2.18)$$

или в сокращенной записи
$$\begin{aligned} \bar{D}_1 \cdot \bar{x}_1 &= \bar{M}_1; \\ \bar{D}_2 \cdot \bar{x}_2 &= \bar{M}_2, \end{aligned} \quad (2.19)$$

(2.20)

где \bar{D}_1, \bar{D}_2 – квадратные матрицы коэффициентов систем уравнений каналов; $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{M}_1, \bar{M}_2$ – матрицы-столбцы основных переменных каналов и возмущений.

Из уравнений (2.17) видно, что динамика системы стабилизации относительно оси наружной рамы зависит от угла α_{20} . Главный определитель системы уравнений (2.17) имеет вид:

$$D_1(p) = p(A_1 B_1 p^3 + B_1 h_1 p^2 + H_1^2 \cos^2 \alpha_{20} p + H_1 K_1 \cos \alpha_{20}). \quad (2.21)$$

Условие устойчивости системы стабилизации относительно оси наружной рамы

$$h_1 > \frac{A_1 K_1}{H_1 \cos \alpha_{20}}. \quad (2.22)$$

2.4. Уравнения движения двухосного гиросtabilизатора (схема Б) на неподвижном основании

Проекции абсолютных угловых скоростей рамы, платформы и гироблоков на связанные оси:

$$\omega_{x_p} = \omega_{z_p} = 0; \quad \omega_{x_n} = \dot{\alpha}_2; \quad (2.23)$$

$$\omega_{y_p} = \dot{\alpha}_1; \quad \omega_{y_n} = \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2;$$

$$\omega_{z_n} = -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2;$$

$$\omega_{x_i} = \dot{\alpha}_2 \cos \beta_i + \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \sin \beta_i;$$

$$\omega_{y_i} = \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \cos \beta_i - \dot{\alpha}_2 \beta_i; \quad (2.24)$$

$$\omega_{z_i} = \dot{\beta}_i - \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \quad (i=1,2).$$

Подставив выражения (2.24) в уравнения (2.13), получим:

$$(J_{y_p} + J_{y_n} \cos^2 \alpha_2 + J_{z_n} \sin^2 \alpha_2) \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 \cos \alpha_2 -$$

$$- H_1 \dot{\alpha}_1 \cos \beta_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + (J_{z_n} - J_{y_n}) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin 2\alpha_2 -$$

$$- H_2 (\dot{\beta}_2 - \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2) \sin \beta_2 \cos \alpha_2 + K_1 B_1 = M_{11};$$

$$B_1 \ddot{\beta}_1 - B_1 \ddot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 - B_1 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 - H_1 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \cos \beta_1 + H_1 \dot{\alpha}_2 \sin \beta_1 = M_{21}; \quad (2.25)$$

$$J_{x_n} \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \dot{\beta}_2 \cos \beta_2 + H_2 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 \cos \beta_2 + \frac{J_{y_n} - J_{z_n}}{2} \dot{\alpha}_1^2 \sin 2\alpha_2 -$$

$$- H_1 (\dot{\beta}_1 - \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2) \sin \beta_1 - K_2 B_2 = M_{12};$$

$$B_2 \ddot{\beta}_2 - B_2 \ddot{\alpha}_1 \sin \alpha_2 - B_2 \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 + H_2 \dot{\alpha}_2 \cos \beta_2 + H_2 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \sin \beta_2 = M_{22}.$$

Линеаризованная система дифференциальных уравнений имеет вид

$$A_1 \Delta \ddot{\alpha}_1 + h_1 \Delta \dot{\alpha}_1 + H_1 \Delta \dot{\beta}_1 \cos \alpha_{20} - H_1 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_{20} \cos \alpha_{20} + K_1 \Delta \beta_1 = M_{11};$$

$$B_1 \Delta \ddot{\beta}_1 - B_1 \Delta \ddot{\alpha}_1 \sin \alpha_{20} - H_1 \Delta \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_{20} = M_{21};$$

$$A_2 \Delta \ddot{\alpha}_2 + h_2 \Delta \dot{\alpha}_2 - H_2 \Delta \dot{\beta}_2 + H_2 \Delta \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_{20} - K_2 \Delta \beta_2 = M_{12};$$

$$B_2 \Delta \ddot{\beta}_2 - B_2 \Delta \ddot{\alpha}_1 \sin \alpha_{20} + H_2 \Delta \dot{\alpha}_2 = M_{22}.$$

(2.26)

Запишем уравнения (2.26) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \overline{D}_1 & \overline{A}_{12} \\ \overline{A}_{21} & \overline{D}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{x}_1 \\ \overline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{M}_1 \\ \overline{M}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

Где $\overline{D}_1 = \begin{bmatrix} A_1 p^2 + (h_1 - H_1 \sin \alpha_{20} \cos \alpha_{20}) p & H_1 \cos \alpha_{20} p + K_1 \\ -(B_1 \sin \alpha_{20} p^2 + H_1 \cos \alpha_{20} p) & B_1 p^2 \end{bmatrix}$,

$$\overline{D}_2 = \begin{bmatrix} A_2 p^2 + h_2 p & -(H_2 p + K_2) \\ H_2 p & B_2 p^2 \end{bmatrix}; \quad \overline{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \overline{A}_{21} = \begin{bmatrix} H_2 \sin \alpha_{20} p & 0 \\ -B_2 \sin \alpha_{20} p^2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Из уравнений (2.28) следует, что двухосный ГС (схема Б) представляет собой систему автоматического регулирования с односторонними перекрестными связями, которые не влияют на устойчивость каналов стабилизации, так как главный определитель системы дифференциальных уравнений (2.28) имеет вид $D(p) = D_1(p) \cdot D_2(p)$. Динамика канала стабилизации относительно оси наружной рамы зависит от угла α_{20} . Характеристическое уравнение канала имеет вид

$$A_1 B_1 p^3 + B_1 h_1 p^2 + (B_1 K_1 \sin \alpha_{20} + H_1^2 \cos^2 \alpha_{20}) p + H_1 K_1 \cos \alpha_{20} = 0,$$

откуда получим условие устойчивости

$$h_1 > \frac{A_1 K_1}{H_1 \cos \alpha_{20} + \frac{B_1 K_1}{H_1} \operatorname{tg} \alpha_{20}}. \quad (2.29)$$

2.5. Влияние углового движения основания вокруг стабилизируемой оси гиросtabilизатора на его динамику

Рассмотрим влияние углового движения основания вокруг стабилизируемой оси гиросtabilизатора на его динамику, для чего в выражениях (2.1) и в выражениях для угловых скоростей гироблоков положим $\omega_\xi = \omega_\eta = 0$. Пусть в начальный момент времени $\alpha_{10} = 0$, $\alpha_{20} = 0$, тогда, учитывая малость координат α_i , β_i , получаем:

$$\begin{aligned} \omega_{x_p} &= -\omega_\xi \alpha_1; & \omega_{x_n} &= \dot{\alpha}_2 - \omega_\xi \alpha_1; \\ \omega_{y_p} &= \dot{\alpha}_1; & \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}_1 + \omega_\xi \alpha_2; \\ \omega_{z_p} &= \omega_\xi; & \omega_{z_n} &= \omega_\xi, \end{aligned} \quad (2.30)$$

для схемы А

$$\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_2 - \omega_\xi \alpha_1; & \omega_{x_2} &= \dot{\alpha}_2 - \omega_\xi \alpha_1 - \omega_\xi \beta_2; \\ \omega_{y_1} &= \dot{\alpha}_1 + \omega_\xi \alpha_2 + \omega_\xi \beta_1; & \omega_{y_2} &= \dot{\beta}_2 + \dot{\alpha}_1 + \omega_\xi \alpha_2; \\ \omega_{z_1} &= \omega_\xi; & \omega_{z_2} &= \omega_\xi \end{aligned} \quad (2.31)$$

для схемы Б

$$\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot{\alpha}_2 - \omega_\xi \alpha_1; & \omega_{x_2} &= \dot{\alpha}_2 - \omega_\xi \alpha_1; \\ \omega_{y_1} &= \dot{\alpha}_1 + \omega_\xi \alpha_2; & \omega_{y_2} &= \dot{\alpha}_1 + \omega_\xi \alpha_2; \\ \omega_{z_1} &= \dot{\beta}_1 + \omega_\xi; & \omega_{z_2} &= \dot{\beta}_2 + \omega_\xi. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Подставляя выражения (2.30), (2.31) и (2.32) в уравнения (2.7) и (2.13), получаем: уравнения для схемы А

$$\begin{aligned} & J_{y_p} \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_\xi^2 \alpha_1 - (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_2 + \\ & + (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_\xi^2 \alpha_1 + J_{y_n} \ddot{\alpha}_1 + J_{y_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + J_{y_n} \omega_\xi \dot{\alpha}_2 - \\ & - J_{z_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + (J_{x_n} - J_{y_n}) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \alpha_2 + (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_2 \alpha_2^2 - \\ & - (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_1 \alpha_1 \alpha_2 - (J_{x_n} - J_{y_n}) \dot{\omega}_\xi^2 \alpha_1 \alpha_2^2 - H_1 \dot{\beta}_1 - H_1 \dot{\alpha}_2 + \end{aligned}$$

$$+ H_1 \omega_\xi \alpha_1 - K_1 \beta_1 = M_{11}; \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} B_1 \ddot{\beta}_1 + B_1 \ddot{\alpha}_2 - B_1 \dot{\omega}_\xi \alpha_1 - B_1 \omega_\xi \dot{\alpha}_1 + H_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \omega_\xi \alpha_2 + H_1 \omega_\xi \beta_1 &= M_{21}; \\ J_{x_n} \ddot{\alpha}_2 - J_{x_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_1 - J_{x_n} \omega_\xi \dot{\alpha}_1 + h_2 \dot{\alpha}_2 + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_1 + \\ + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi^2 \alpha_2 + H_2 \dot{\alpha}_1 + H_2 \omega_\xi \alpha_2 + H_2 \dot{\beta}_2 + K_2 \beta_2 &= M_{12}; \\ B_2 \ddot{\beta}_2 + B_2 \ddot{\alpha}_1 + B_2 \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + B_2 \omega_\xi \dot{\alpha}_2 - H_2 \dot{\alpha}_2 + H_2 \omega_\xi \alpha_1 &= M_{22} \end{aligned}$$

и уравнения для схемы Б.

$$\begin{aligned} J_{y_p} \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + (J_{z_p} - J_{x_p}) \omega_\xi^2 \alpha_1 - (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_2 + \\ + (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_\xi^2 \alpha_1 + J_{y_n} \ddot{\alpha}_1 + J_{y_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + J_{y_n} \omega_\xi \dot{\alpha}_2 - \\ - J_{z_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + (J_{x_n} - J_{y_n}) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \alpha_2 + (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_2 \alpha_2^2 + \\ + H_1 \dot{\beta}_1 + H_1 \omega_\xi - H_2 \dot{\beta}_2 \beta_2 - H_2 \omega_\xi \beta_2 - \\ - (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_1 \alpha_1 \alpha_2 - (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi^2 \dot{\alpha}_1 \alpha_2^2 + K_1 \beta_1 &= M_{11}; \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} B_1 \ddot{\beta}_1 + B_1 \dot{\omega}_\xi - H_1 \dot{\alpha}_1 - H_1 \omega_\xi \alpha_2 &= M_{21}; \\ J_{x_n} \ddot{\alpha}_2 - J_{x_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_1 - J_{x_n} \omega_\xi \dot{\alpha}_1 + h_2 \dot{\alpha}_2 + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_1 - \\ - (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi^2 \alpha_2 - H_2 \dot{\beta}_2 - H_2 \omega_\xi - K_2 \beta_2 &= M_{12}; \\ B_2 \ddot{\beta}_2 + B_2 \dot{\omega}_\xi + H_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \omega_\xi \alpha_1 &= M_{22}. \end{aligned}$$

Линеаризованные уравнения движения гиросtabilизаторов для схемы А имеют вид

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + \left[(J_{z_p} - J_{x_p}) + (J_{z_n} - J_{x_n}) \right] \omega_\xi^2 + H_1 \omega_\xi \alpha_1 - \\ - \left[(J_{z_n} - J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_\xi + H_1 \right] \dot{\alpha}_2 - H_1 \dot{\beta}_1 + \\ + (J_{y_n} - J_{z_n}) \dot{\omega}_\xi \alpha_2 - K_1 \beta_1 &= M_{11}; \\ B_1 \ddot{\beta}_1 + B_1 \ddot{\alpha}_2 - B_1 \dot{\omega}_\xi \alpha_1 - B_1 \omega_\xi \dot{\alpha}_1 + H_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \omega_\xi \alpha_2 + \\ + H_1 \omega_\xi \beta_1 &= M_{21}; \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} A_2 \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 + \left[(J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi^2 + H_2 \omega_\xi \right] \alpha_2 + \\ + \left[(J_{y_n} - J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_\xi + H_2 \right] \dot{\alpha}_1 + H_2 \dot{\beta}_2 - \\ - J_{x_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_1 + K_2 \beta_2 &= M_{12}; \\ B_2 \ddot{\beta}_2 + B_2 \ddot{\alpha}_1 + B_2 \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + B_2 \omega_\xi \dot{\alpha}_2 - H_2 \dot{\alpha}_2 + H_2 \omega_\xi \alpha_1 + H_2 \omega_\xi \beta_2 &= M_{22} \end{aligned}$$

и для схемы Б

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + \left[(J_{z_p} - J_{x_p}) + (J_{z_n} - J_{x_n}) \right] \omega_\xi^2 \alpha_1 - (J_{z_n} - J_{x_n} - J_{y_n}) \dot{\omega}_\xi \alpha_2 + H_1 \dot{\beta}_1 + (J_{y_n} - J_{z_n}) \dot{\omega}_\xi \alpha_2 - \\ - H_2 \omega_\xi \beta_2 + K_1 \beta_1 = -H_1 \omega_\xi + M_{11}; \\ B_1 \ddot{\beta}_1 - H_1 \dot{\alpha}_1 - H_1 \omega_\xi \alpha_2 = -B_1 \dot{\omega}_\xi + M_{21}; \\ A_2 \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 - (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_\xi^2 \alpha_2 - (J_{y_n} - J_{z_n} + J_{x_n}) \omega_\xi \dot{\alpha}_1 - \\ - H_2 \dot{\beta}_2 - J_{x_n} \dot{\omega}_\xi \alpha_1 - H_1 \omega_\xi \beta_1 - K_2 \beta_2 = H_2 \omega_\xi + M_{12}; \\ B_2 \ddot{\beta}_2 + H_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \omega_\xi \alpha_1 = -B_2 \dot{\omega}_\xi + M_{22}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Из уравнений (2.35) и (2.36) видно, что угловое движение основания вносит новые перекрестные связи между каналами, которые ухудшают динамику гиросtabilизатора.

В двухосном гиросtabilизаторе по схеме А при угловом движении основания со скоростью ω_ζ возникает кинематическая погрешность (кинематический дрейф), обусловленная членами $H_1\omega_\zeta(\beta_1 + \alpha_2)$ и $H_2\omega_\zeta(\beta_2 + \alpha_1)$ в уравнениях по осям прецессии. В двухосном гиросtabilизаторе по схеме Б при угловом движении основания по осям стабилизации возникают дополнительные возмущающие моменты, обусловленные членами $H_1\omega_\zeta$ и $H_2\omega_\zeta$, которые вызывают увеличение амплитуды вынужденных колебаний ГС.

Для устранения влияния углового движения основания на динамику ГС применяют **четырёхгироскопные гиросtabilизаторы** (рис 2.8). Платформу 1 стабилизируют при помощи одинаковых двухстепенных спаренных гироскопов 2 и 3, управляющих двигателями стабилизации 4 и 5. Роторы гироскопов вращаются в противоположных направлениях, а оси прецессии связаны между собой секторами, антипараллелограммами или другими устройствами. Такая связь гироскопов допускает их совместный поворот только в противоположных направлениях. Применение для стабилизации платформы спаренных гироскопов позволяет также устранить перекрестные связи между каналами стабилизации.

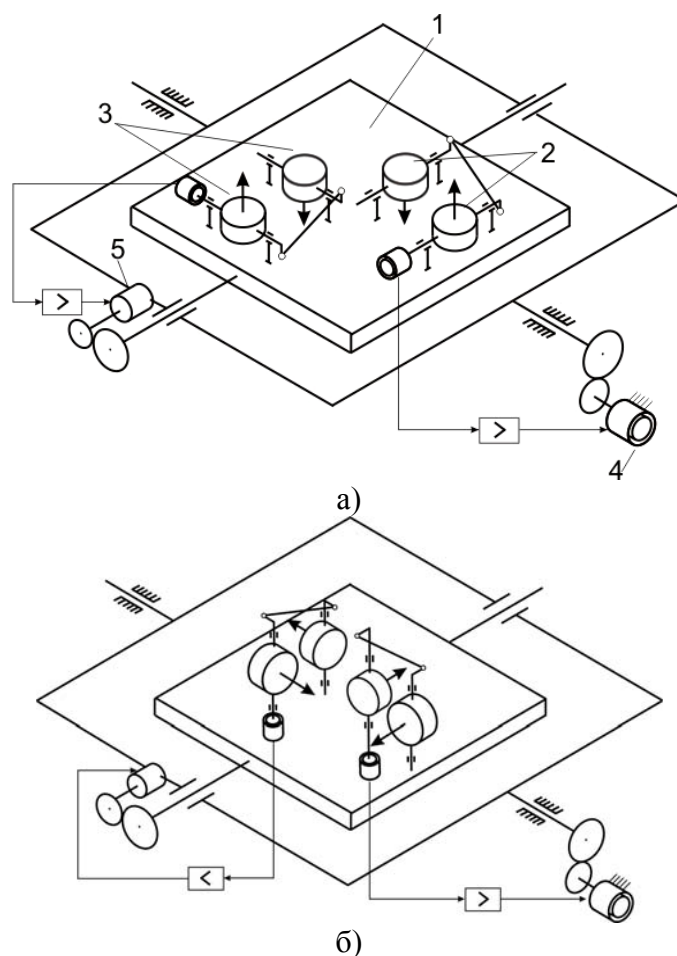


Рис. 2.8. Схемы четырехгироскопного стабилизатора

2.6. Применение двухосных гиросtabilизаторов

Двухосные гиросtabilизаторы могут быть использованы для построения силовых гировертикалей самолетов или для построения гиросtabilизаторов в системах самонаведения зенитных ракет. Гировертикали силового типа применяются для определения углов крена и тангажа. В зависимости от числа применяемых гироскопов различают двухгироскопные и четырехгироскопные гировертикали. На рисунке 2.9 изображена схема двухгироскопной силовой гировертикали. Стабилизируемая площадка 1 установлена в раме 2, ось вращения которой направлена параллельно продольной оси объекта. На площадке расположены гироскопы 3 и 4. На осях прецессии гироскопов установлены датчики углов, которые управляют через усилители двигателями стабилизации. Для удержания площадки 1 в горизонтальном положении применяется система маятниковой коррекции, при этом маятники 7 и 8, фиксирующие отклонения площадки от плоскости горизонта, управляют датчиками моментов 9 и 10, установленными по осям прецессии гироскопов. Углы отклонений объекта относительно плоскости горизонта снимаются с датчиков углов 11 и 12.

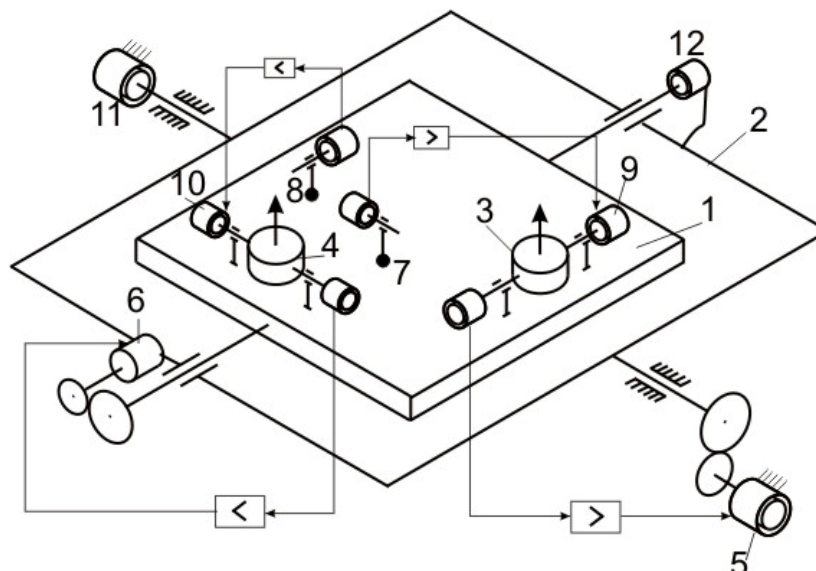


Рис. 2.9. Схема двухгироскопной силовой гировертикали

Так как рассматриваемая гировертикаль построена на гиросtabilизаторе с вертикально расположенными осями прецессии, то на работу гиросtabilизатора будет оказывать влияние вращение объекта вокруг вертикальной оси, например, вираж самолета. Частично этот недостаток может быть устранен путем установки в двухгироскопной силовой гировертикали осей гироскопов в вертикальном положении, однако и в этом случае при отклонении гироскопов от вертикального положения влияние виража самолета на работу гировертикали будет сказываться. Указанный недостаток двухгироскопной силовой гировертикали устранен в четырехгироскопной силовой гировертикали (рис. 2.10). Четырехгироскопная силовая вертикаль обладает существенными достоинствами по сравнению с двухгироскопной. В ней в принципе может быть осуществлена компенсация баллистических девиаций, обусловленных ускорениями объекта.

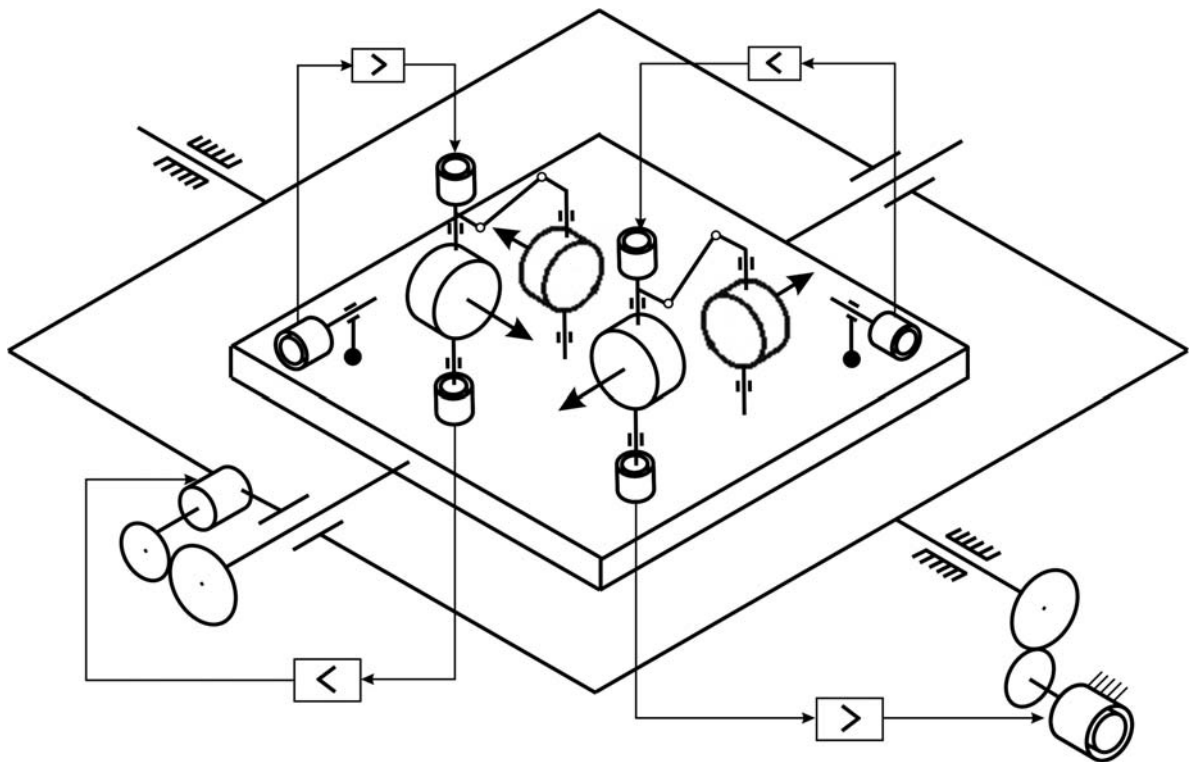


Рис. 2.10. Схема четырехгироскопной силовой гивертикали

Рассмотрим использование двухосного гиросtabilизатора в системах самонаведения зенитных ракет. Самонаведением называют такой метод управления при котором сигналы, необходимые для наведения ракеты на цель, вырабатываются в аппаратуре ракеты за счет отражения или излучения целью какого-либо вида энергии. Устройства, вырабатывающие информацию о движении цели, называют **головками самонаведения**.

Для выработки сигналов управления головка самонаведения должна автоматически следить за целью и быть нечувствительной к колебаниям ракеты. Для решения этой задачи может быть применен двухосный гиросtabilизатор (рис. 2.11), на платформе 1 которого установлена головка 2 самонаведения. Чувствительными элементами системы стабилизации ГС являются двухстепенные гироскопы 3 и 4. Для измерения угловых отклонений ракеты на осях подвеса ГС установлены датчики углов (датчики команд) 5 и 6. Гиросtabilизатор работает в двух режимах – **стабилизации** и **слежения за целью**. Режим стабилизации – обычный. При движении ракеты на платформу действуют возмущения, которые уравниваются двигателями стабилизации, управляемыми сигналами с датчиков углов гироскопов. Благодаря этому платформа с головкой самонаведения сохраняет требуемое положение в пространстве, не участвуя в колебаниях ракеты по рысканью и тангажу. Снимаемые с датчиков команд 5 и 6 сигналы поступают в каналы угловой стабилизации ракеты, где формируются команды управления пространственным положением корпуса ракеты.

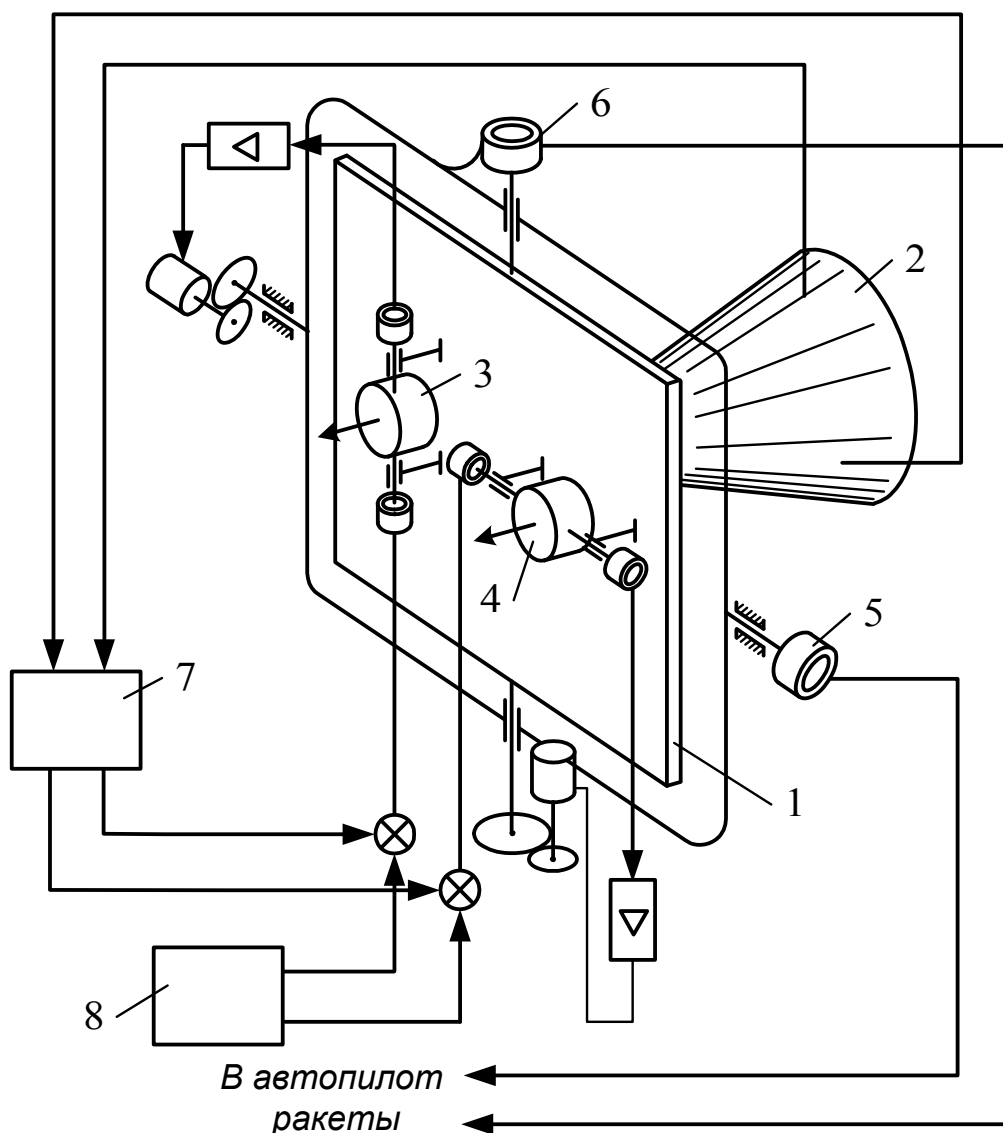


Рис. 2.11. Схема гиросtabilизатора головки самонаведения

Если визирная ось головки самонаведения не совпадает с направлением на цель, в чувствительном элементе (координаторе) головки вырабатывается двухкомпонентный сигнал, который после разделения и необходимых преобразований в усилителе 7 поступает на датчики моментов гироскопов. Под действием моментов датчиков платформа с головкой поворачивается вокруг осей стабилизации до совпадения линии визирования с направлением на цель.

Отыскание и захват цели головкой самонаведения осуществляется разворотом платформы на определенном этапе полета, управляемой от программного устройства 8. Сигналы программного устройства, поступающие на датчики моментов, обеспечивают обзор головкой самонаведения определенной части пространства. При появлении цели в поле зрения головки самонаведения ГС из режима поиска переключается в режим слежения.

2.7. Уравнение движения четырехгирской силовой гировертикали [9]

Для определения положения гировертикали выберем траекторную систему координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 2.12).

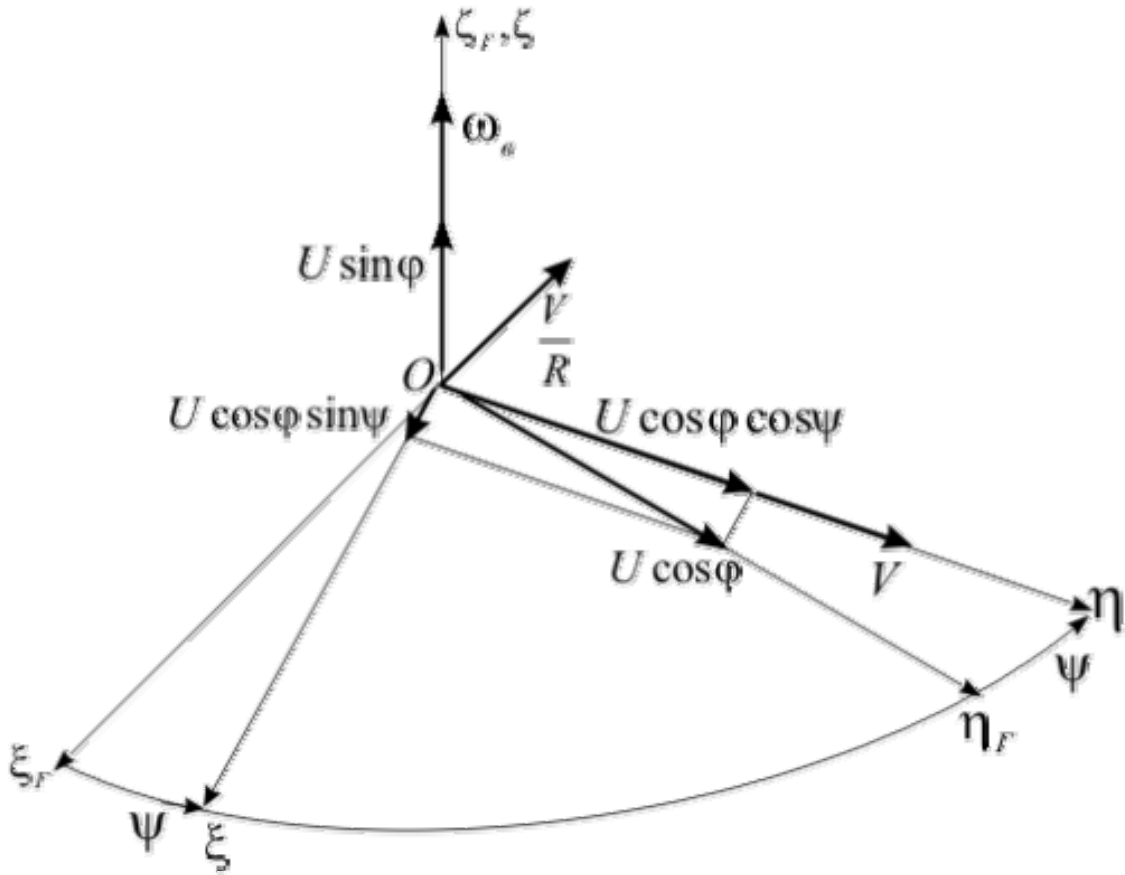


Рис. 2.12. Траекторная система координат

Проекции угловой скорости системы координат $O\xi\eta\zeta$ на оси $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$ имеют вид

$$\begin{aligned}\omega_{\xi} &= U \cos \varphi \sin \psi - \frac{V}{R}; \\ \omega_{\eta} &= U \cos \varphi \cos \psi; \\ \omega_{\zeta} &= \omega_{\varepsilon} + U \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi\end{aligned}$$

или, учитывая, что $|\omega_{\varepsilon}| \gg \left| U \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi \right|$, получаем:

$$\begin{aligned}\omega_{\xi} &= U \cos \varphi \sin \psi - \frac{V}{R}; \\ \omega_{\eta} &= U \cos \varphi \cos \psi; \\ \omega_{\zeta} &= \omega_{\varepsilon},\end{aligned}\tag{2.37}$$

где ω_{ε} – угловая скорость виража; ψ – курс самолета.

Проекции абсолютных скоростей рамы и платформы на связанные оси (рис. 2.2) определяются выражениями (2.1).

Системы координат, связанные с гироблоками, представлены на рисунке 2.13.

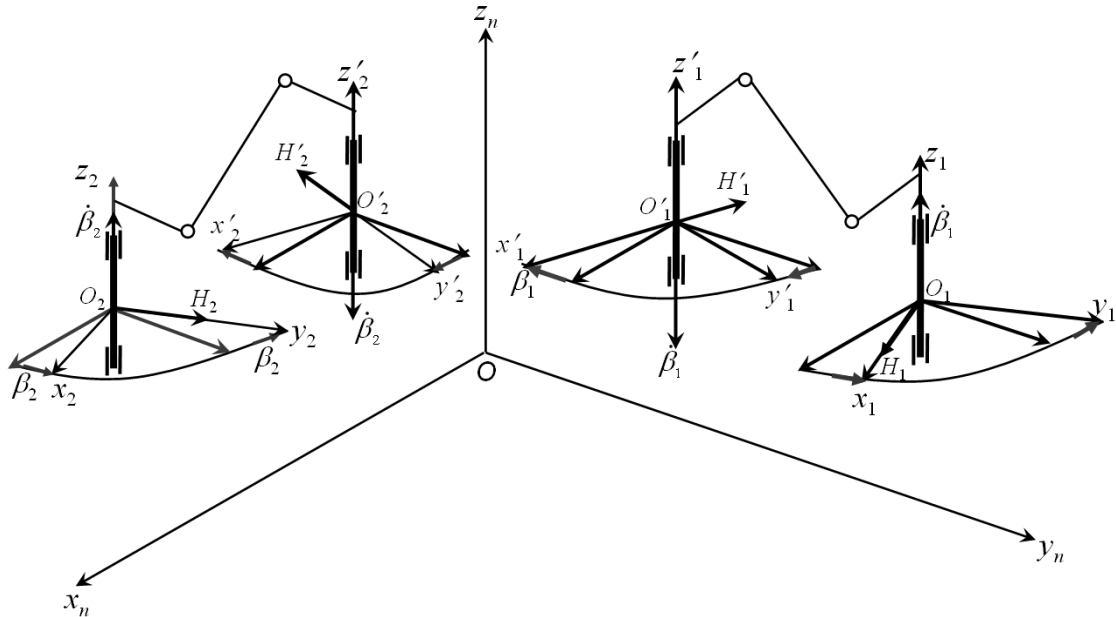


Рис. 2.13. Системы координат связанные с гироблоками

Проекции абсолютных угловых скоростей гироблоков на связанные оси:

$$\begin{aligned} \omega_{x_i} &= \omega_{x_n} + \omega_{y_n} \beta_i; & \omega_{x'_i} &= \omega_{x_n} - \omega_{y_n} \beta_i; \\ \omega_{y_i} &= \omega_{y_n} - \omega_{x_n} \beta_i; & \omega_{y'_i} &= \omega_{y_n} + \omega_{x_n} \beta_i; \\ \omega_{z_i} &= \omega_{z_n} + \beta_i; & \omega_{z'_i} &= \omega_{z_n} - \beta_i \quad (i=1,2). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Учитывая, что оси прецессии гироблоков связаны с помощью антипараллелограммаов с передаточным отношением $j = -1$, уравнения движения относительно осей прецессии:

$$\begin{aligned} B_1 \dot{\omega}_{z_1} - B'_1 \dot{\omega}_{z'_1} - H_1 \omega_{y_1} - H'_1 \omega_{y'_1} - M_{k_1} &= M_{21}; \\ B_2 \dot{\omega}_{z_2} - B'_2 \dot{\omega}_{z'_2} + H_2 \omega_{x_2} + H'_2 \omega_{x'_2} + M_{k_2} &= M_{22}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

где M_{k_1}, M_{k_2} – моменты коррекции, прикладываемые датчиками моментов.

Учитывая отклонения маятников при изменении скорости и курса объекта, имеем:

$$M_{k_1} = S_1 \left(\alpha_1 + \frac{V \omega_\epsilon}{g} \right); \quad M_{k_2} = S_2 \left(\alpha_2 + \frac{\dot{V}}{g} \right), \quad (2.40)$$

где S_1, S_2 – коэффициенты усиления цепей коррекции.

Знаки в уравнениях (2.40) перед M_{k_1} и M_{k_2} выбраны таким образом, чтобы при $\dot{V} = 0$ и $\omega_\epsilon = 0$ платформа гировертикали под действием моментов коррекции возвращалась к вертикали.

Уравнения движения силовой гировертикали относительно осей стабилизации имеют вид:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{\omega}_{y_p} + h_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \omega_{z_1} - H'_1 \omega_{z'_1} - H_2 \beta_2 \omega_{z_2} - H'_2 \beta_2 \omega_{z'_2} + K_1 \beta_1 &= M_{11}; \\ A_2 \dot{\omega}_{x_n} + h_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \omega_{z_2} + H'_2 \omega_{z'_2} - H_1 \beta_1 \omega_{z_1} - H'_1 \beta_1 \omega_{z'_1} - K_2 \beta_2 &= M_{12}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Если обеспечена устойчивая работа системы стабилизации, то можно рассматривать прецессионные уравнения силовой гировертикали. Тогда уравнения (2.39) и (2.41) с учетом выражений (2.38) и (2.40) запишем в виде:

$$\begin{aligned}
 (H_1 + H_1')\omega_{y_n} + S_1\left(\alpha_1 + \frac{V\omega}{g}\right) &= -M_{21}; \\
 (H_2 + H_2')\omega_{x_n} + S_2\left(\alpha_2 + \frac{\dot{V}}{g}\right) &= M_{22}; \\
 (H_1 + H_1')\dot{\beta}_1 - (H_2 + H_2')\beta_2\omega_{z_n} + K_1\beta_1 &= M_{11}; \\
 (H_2 + H_2')\dot{\beta}_2 + (H_1 + H_1')\beta_1\omega_{z_n} + K_2\beta_2 &= -M_{12}.
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

При малых углах α_1 и α_2 выражения (2.1) определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}
 \omega_{x_n} &= \dot{\alpha}_2 + \omega_\xi - \omega_\xi\alpha_1; \\
 \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}_1 + \omega_\eta - \omega_\zeta\alpha_2; \\
 \omega_{z_n} &= \omega_\zeta + \omega_\zeta\dot{\alpha}_1 - \omega_{y_p}\alpha_2.
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Подставляя выражения (2.43) в уравнения (2.42) и полагая $H_1 = H_1' = H_2 = H_2' = H$, получаем:

$$\begin{aligned}
 2H\dot{\alpha}_1 + S_1\alpha_1 + 2H\omega_\zeta\alpha_2 &= -M_{21} - 2H\omega_\eta - S_1\frac{V\omega}{g}; \\
 2H\dot{\alpha}_2 + S_2\alpha_2 - 2H\omega_\zeta\alpha_1 &= M_{22} - 2H\omega_\xi - S_2\frac{\dot{V}}{g}; \\
 2H\dot{\beta}_1 + K_1\beta_1 - 2H\omega_\zeta\beta_2 &= M_{11}; \\
 2H\dot{\beta}_2 + K_2\beta_2 - 2H\omega_\zeta\beta_1 &= -M_{12},
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

откуда следует, что первые два уравнения, характеризующие движение площадки силовой гировертикали, можно интегрировать независимо от двух других уравнений, характеризующих движение гироскопов относительно платформы.

Вводя удельные скорости коррекции $\chi_1 = \frac{S_1}{2H}$ и $\chi_2 = \frac{S_2}{2H}$, перепишем первые два уравнения системы (2.44) в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha}_1 + \chi_1\alpha_1 + \omega_\zeta\alpha_2 &= -m_{21} - \omega_\eta - \chi_1\frac{V\omega}{g}; \\
 \dot{\alpha}_2 + \chi_2\alpha_2 - \omega_\zeta\alpha_1 &= m_{22} - \omega_\xi - \chi_2\frac{\dot{V}}{g},
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

где $m_{21} = \frac{M_{21}}{2H}$, $m_{22} = \frac{M_{22}}{2H}$.

Рассмотрим случай движения объекта с постоянными скоростью и курсом, тогда полагая в уравнениях(1.49) $\dot{V} = 0$, $\omega_\zeta = \omega_{\%0} = 0$, получаем:

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha}_1 + \chi_1\alpha_1 &= -m_{21} - U \cos\varphi \cos\psi; \\
 \dot{\alpha}_2 + \chi_2\alpha_2 &= m_{22} - U \cos\varphi \sin\psi + \frac{V}{R}.
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Интегрируя уравнения (2.46) при $\varphi = const$ и $\psi = const$, получаем:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_{1cm} + \alpha_{1v} + [\alpha_{10} - (\alpha_{1cm} + \alpha_{1v})]e^{-\chi_1 t}; \\ \alpha_2 &= \alpha_{2cm} + \alpha_{2v} + [\alpha_{20} - (\alpha_{2cm} + \alpha_{2v})]e^{-\chi_2 t},\end{aligned}\quad (2.47)$$

где

$$\alpha_{1cm} = -\frac{m_{21}}{\chi_1} = -\frac{M_{21}}{S_1}; \quad \alpha_{2cm} = -\frac{m_{22}}{\chi_2} = -\frac{M_{22}}{S_2}; \quad (2.48)$$

$$\alpha_{1v} = -\frac{U \cos \varphi \cos \psi}{\chi_1}; \quad \alpha_{2v} = \frac{U \cos \varphi \sin \psi - \frac{V}{R}}{\chi_2}. \quad (2.49)$$

Величины α_{1cm} и α_{2cm} представляют статические погрешности силовой гировертикали вследствие возмущающих моментов по осям прецессии, α_{1v} и α_{2v} – скоростные погрешности вследствие вращения Земли и собственного движения объекта.

Компенсация скоростных погрешностей гировертикали возможна путем исключения из показаний последней величин α_{1v} и α_{2v} , определяемых по формулам (2.49) с помощью соответствующего счетно-решающего устройства.

При изменении курса и скорости объекта, помимо статических и скоростных погрешностей, прибор имеет еще и **баллистические погрешности**. Для определения соотношений для баллистических погрешностей силовой гировертикали воспользуемся системой уравнений (2.46), полагая в ней $m_{21} = m_{22} = 0$.

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 + \chi_1 \alpha_1 + \omega_6 \alpha_2 &= -U \cos \varphi \cos \psi - \chi_1 \frac{V \omega_6}{g}; \\ \dot{\alpha}_2 + \chi_2 \alpha_2 - \omega_6 \alpha_1 &= -U \cos \varphi \sin \psi + \frac{V}{R} - \chi_2 \frac{\dot{V}}{g}.\end{aligned}\quad (2.50)$$

Введем новые переменные $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_2$ таким образом, что

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \bar{\alpha}_1 + \alpha_{1v}; & \alpha_2 &= \bar{\alpha}_2 + \alpha_{2v}; \\ \dot{\alpha}_1 &= \dot{\bar{\alpha}}_1 + \dot{\alpha}_{1v}; & \dot{\alpha}_2 &= \dot{\bar{\alpha}}_2 + \dot{\alpha}_{2v},\end{aligned}\quad (2.51)$$

где

$$\dot{\alpha}_{1v} = \frac{U \cos \varphi \sin \psi}{\chi_1} \omega_6; \quad \dot{\alpha}_{2v} = -\frac{U \cos \varphi \cos \psi}{\chi_2} \omega_6 + \frac{\dot{V}}{R \chi_2}. \quad (2.52)$$

Подставляя в уравнения (2.50) выражения (2.51) и (2.52) и учитывая, что $\chi_1 = \chi_2$, получаем:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\alpha}}_1 + \chi_1 \bar{\alpha}_1 + \omega_6 \bar{\alpha}_2 &= -\chi \left(1 + \frac{g}{R \chi^2}\right) \frac{V \omega_6}{g}; \\ \dot{\bar{\alpha}}_2 + \chi_2 \bar{\alpha}_2 - \omega_6 \bar{\alpha}_1 &= -\chi \left(1 + \frac{g}{R \chi^2}\right) \frac{\dot{V}}{g}.\end{aligned}\quad (2.53)$$

Введем комплексную переменную $z = \bar{\alpha}_1 + i\bar{\alpha}_2$. (2.54)

Умножая второе уравнения (2.53) на $i = \sqrt{-1}$, складывая его с первым и учитывая выражение (2.54), получаем:

$$\dot{z} + (\chi - i\omega_g)z = -\chi \left(1 + \frac{g}{R\chi^2}\right) y(t), \quad (2.55)$$

где

$$y(t) = \frac{V\omega + i\dot{V}}{g}. \quad (2.56)$$

Интегрируя уравнение (2.55), имеем:

$$z = \left[z(0) - \chi \left(1 + \frac{g}{R\chi^2}\right) \int_0^t e^{\chi\tau - i\int_0^\tau \omega_g d\tau} y(\tau) d\tau \right] e^{-\chi t + i\int_0^t \omega_g d\tau}. \quad (2.57)$$

В полученном выражении первое слагаемое характеризует движение силовой гировертикали, обусловленное начальными отклонениями.

$$z_s = \chi \left(1 + \frac{g}{R\chi^2}\right) e^{-\chi t + i\int_0^t \omega_g d\tau} \int_0^t e^{\chi\tau - i\int_0^\tau \omega_g d\tau} y(\tau) d\tau - \quad (2.58)$$

– погрешность гировертикали вследствие ускорений объекта, т.е. баллистическая погрешность.

При создании гировертикали одна из важных задач заключается в том, чтобы обеспечить в приборе условия компенсации баллистических погрешностей, т.е. невозмущаемости его ускорениями объекта. Без реализации этого условия невозможно создать **гировертикаль прецизионного типа**.

Сущность одного из методов компенсации баллистических погрешностей четырехгироскопной гировертикали заключается в том, что маятник 1 (рис. 2.14) включается на датчик моментов 1, а маятник 2 – на датчик моментов 2. При этом вторые два уравнения системы (2.42) не изменяются.

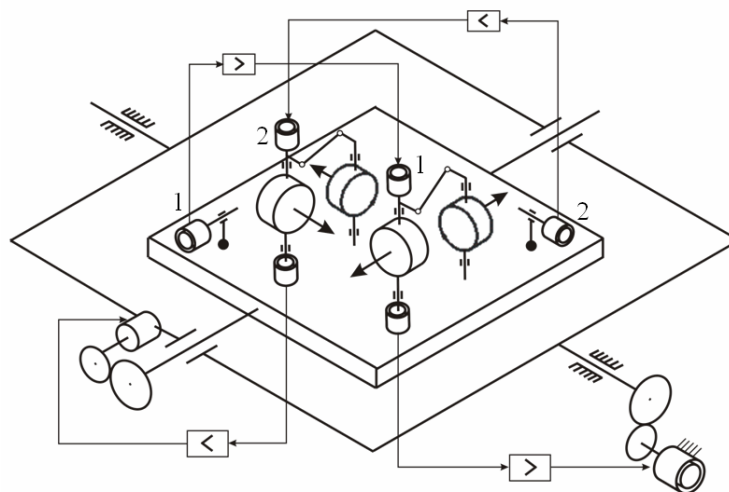


Рис. 2.14. Схема гировертикали прецизионного типа

Первые два уравнения изменяются, так как в уравнениях (2.39) моменты коррекции будут

$$M_{k_1} = S_2 \left(\alpha_2 + \frac{\dot{V}}{g} \right); \quad M_{k_2} = S_1 \left(\alpha_1 + \frac{V \omega_g}{g} \right). \quad (2.59)$$

С учетом выражения (2.59) уравнения движения силовой гировертикали примут вид

$$\begin{aligned} 2H\omega_{y_n} + S_2 \left(\alpha_2 + \frac{\dot{V}}{g} \right) &= -M_{21}; \\ 2H\omega_{x_n} - S_1 \left(\alpha_1 + \frac{V \omega_g}{g} \right) &= M_{22} \end{aligned} \quad (2.60)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 + (\chi + \omega_g) \alpha_2 &= -m_{21} - \omega_n - \chi \frac{\dot{V}}{g}; \\ \dot{\alpha}_2 - (\chi + \omega_g) \alpha_1 &= m_{22} - \omega_\xi + \chi \frac{V \omega_g}{g}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Статические и скоростные ошибки прибора при $\dot{V} = 0$, $\omega_g = 0$:

$$\alpha_{1cm} = -\frac{m_{22}}{\chi} = -\frac{M_{22}}{S}; \quad \alpha_{2cm} = -\frac{m_{21}}{\chi} = -\frac{M_{21}}{S}; \quad (2.62)$$

$$\alpha_{1v} = \frac{U \cos \varphi \sin \psi - \frac{V}{R}}{\chi}; \quad \alpha_{2v} = -\frac{U \cos \varphi \cos \psi}{\chi}. \quad (2.63)$$

Вводя, как и ранее, переменные $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_2$:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \bar{\alpha}_1 + \alpha_{1v}; & \alpha_2 &= \bar{\alpha}_2 + \alpha_{2v}; \\ \dot{\alpha}_1 &= \dot{\bar{\alpha}}_1 + \dot{\alpha}_{1v}; & \dot{\alpha}_2 &= \dot{\bar{\alpha}}_2 + \dot{\alpha}_{2v}, \end{aligned}$$

где

$$\dot{\alpha}_{1v} = -\frac{U \cos \varphi \cos \psi}{\chi_2} \omega_g + \frac{\dot{V}}{R \chi_2}; \quad \dot{\alpha}_{2v} = \frac{U \cos \varphi \sin \psi}{\chi_1} \omega_g,$$

получаем:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\alpha}}_1 + (\chi + \omega_g) \bar{\alpha}_2 &= -\chi \left(1 - \frac{g}{R \chi^2} \right) \frac{\dot{V}}{g}; \\ \dot{\bar{\alpha}}_2 - (\chi + \omega_g) \bar{\alpha}_1 &= \chi \left(1 - \frac{g}{R \chi^2} \right) \frac{V \omega_g}{g}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Умножая второе уравнение системы (2.64) на $i = \sqrt{-1}$, складывая его с первым и учитывая выражение (2.54), получаем:

$$\dot{z} - i(\chi + \omega_{\omega_0})z = \chi \left(1 - \frac{g}{R \chi^2} \right) y(t). \quad (2.65)$$

Из этого условия следует, что если выполнить условие

$$1 - \frac{g}{K \chi^2} = 0, \quad (2.66)$$

то уравнение (2.65) станет однородным, т.е. гировертикаль **не имеет баллистических погрешностей**.

2.8. Двухосный индикаторный стабилизатор

Чувствительным элементом двухосного индикаторного стабилизатора могут быть трехстепенный, динамически настраиваемый или шаровой гироскопы. Кинематическая схема двухосного гиросtabilизатора с трехстепенным гироскопом изображена на рисунке 2.15.

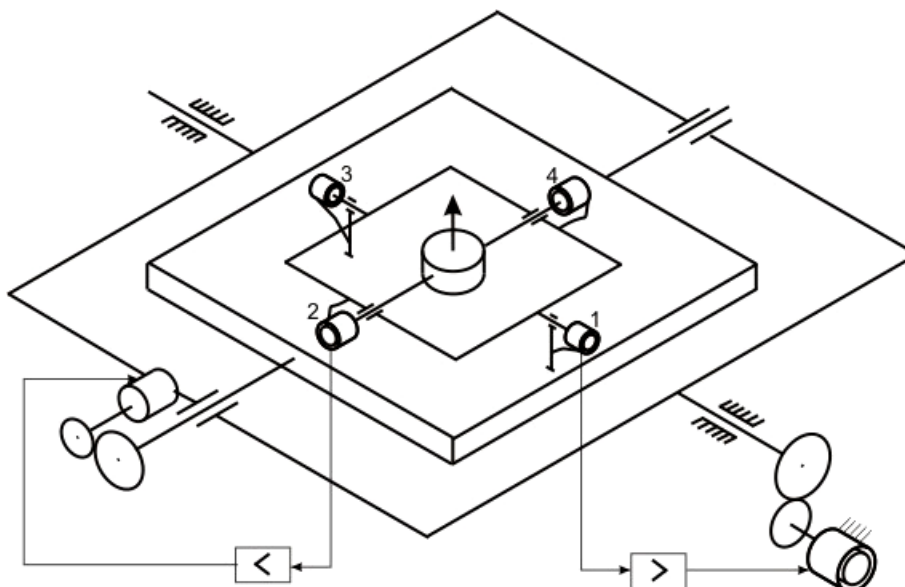


Рис. 2.15. Схема двухосного индикаторного стабилизатора

Гироскоп устанавливается на платформу таким образом, чтобы вектор кинетического момента H был направлен вдоль стабилизируемой оси платформы. Это положение гироскопа соответствует нулевым сигналам с датчиков углов 1 и 2. Кроме датчиков углов по осям гироскопа установлены датчики моментов 3 и 4.

Введем систему координат $Ox_{gr}y_{gr}z_{gr}$, связанную с гиروزлом (рис. 2.16).

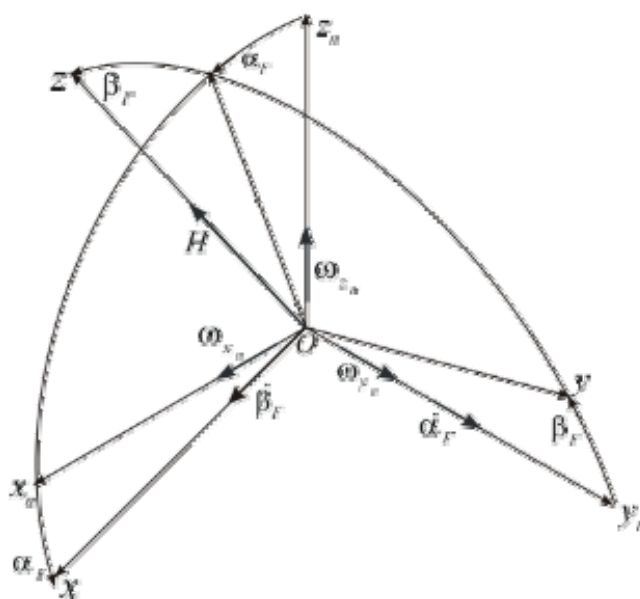


Рис. 2.16. Система координат связанная с гиروزлом

Проекция угловой скорости гироузла на связанные оси:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta}_\Gamma + \omega_{x_n} \cos \alpha_\Gamma - \omega_{z_n} \sin \alpha_\Gamma; \\ \omega_y &= (\dot{\alpha}_\Gamma + \omega_{y_n}) \cos \beta_\Gamma + (\omega_{z_n} \cos \alpha_\Gamma + \omega_{x_n} \sin \alpha_\Gamma) \sin \beta_\Gamma,\end{aligned}\quad (2.67)$$

где $\alpha_\Gamma, \beta_\Gamma$ – углы поворота гироскопа вокруг осей наружной и внутренней рамок относительно платформы.

При малых углах α_Γ и β_Γ выражения (2.67) имеют вид

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta}_\Gamma + \omega_{x_n} - \omega_{z_n} \alpha_\Gamma; \\ \omega_y &= \dot{\alpha}_\Gamma + \omega_{y_n} + \omega_{z_n} \beta_\Gamma.\end{aligned}\quad (2.68)$$

Движение гироскопа на платформе описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}A_\Gamma (\dot{\omega}_{y_n} + \dot{\alpha}_\Gamma) + K_{\partial 1} \dot{\alpha}_\Gamma - H \omega_x &= M_{н.упр} + M_{н.возм}; \\ B_\Gamma \dot{\omega}_x + K_{\partial 2} \dot{\beta}_\Gamma + H \omega_y &= M_{в.упр} + M_{в.возм}\end{aligned}\quad (2.69)$$

где A_Γ, B_Γ – моменты инерции гироскопа относительно наружной и внутренней осей; $K_{\partial 1}, K_{\partial 2}$ – коэффициенты демпфирования; $M_{н.упр}, M_{н.возм}, M_{в.упр}, M_{в.возм}$ – управляющие и возмущающие моменты.

Уравнения движения гиросtabilизатора относительно осей стабилизации на неподвижном основании имеют вид

$$\begin{aligned}A_1 \dot{\omega}_{y_p} + h_1 \dot{\alpha}_1 - K_1 \alpha_\Gamma &= M_{11}; \\ A_2 \dot{\omega}_{x_n} + h_2 \dot{\alpha}_2 - K_2 \beta_\Gamma &= M_{12}.\end{aligned}\quad (2.70)$$

Ввиду того что частота нутационных колебаний гироскопа весьма высока, в уравнениях движения (2.69) можно пренебречь инерционными моментами гироскопа. С учетом того, что на неподвижном основании

$$\omega_{x_n} = \dot{\alpha}_2; \omega_{y_n} = \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2; \omega_{z_n} = -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2; \omega_{y_p} = \dot{\alpha}_1,$$

уравнения (2.69) и (2.70) перепишем:

$$\begin{aligned}A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 - K_1 \alpha_\Gamma &= M_{11}; \\ K_{\partial 2} \dot{\beta}_\Gamma + H (\dot{\alpha}_\Gamma + \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_{20}) &= M_{в.упр} + M_{в.возм}; \\ A_2 \dot{\alpha}_\Gamma + h_2 \dot{\alpha}_2 - K_2 \beta_\Gamma &= M_{12}; \\ K_{\partial 1} \dot{\alpha}_\Gamma - H (\dot{\beta}_\Gamma + \dot{\alpha}_2) &= M_{н.упр} + M_{н.возм}.\end{aligned}\quad (2.71)$$

Из уравнений (2.71) следует, что двухосный индикаторный гиросtabilизатор можно рассматривать как систему автоматического регулирования с линейными перекрестными связями, обусловленными демпфированием по осям гироскопа.

В матричной форме уравнения гиросtabilизатора имеет вид

$$\begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & -K_1 & 0 & 0 \\ H \cos \alpha_{20} p & H p & 0 & K_{\partial 2} p \\ 0 & 0 & A_2 p^2 + h_2 p & -K_2 \\ 0 & K_{\partial 1} p & -H p & -H p \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_\Gamma \\ \alpha_2 \\ \beta_\Gamma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{11} \\ M_{в.упр} + M_{в.возм} \\ M_{12} \\ M_{н.упр} + M_{н.возм} \end{vmatrix}\quad (2.72)$$

Главный определитель системы уравнений (2.72)

$$(A_1 p^2 + h_1 p + K_1 \cos \alpha_{20})(A_2 p^2 + h_2 p + K_2) + \frac{K_{\partial 1} K_{\partial 2}}{H^2} (A_1 p^2 + h_1 p)(A_2 p^2 + h_2 p) = 0. \quad (2.73)$$

Если $K_{\alpha 1} < H$ и $K_{\alpha 2} < H$, то влиянием перекрестных связей между каналами можно пренебречь. Пренебрегая в уравнениях (2.73) членами, содержащими коэффициенты демпфирования, получаем:

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + K_1 \alpha_1 \cos \alpha_{20} &= M_{11} + K_1 \int_0^t \frac{M_{\text{в.упр}}}{H} d\tau + K_1 \int_0^t \frac{M_{\text{в.возм}}}{H} d\tau; \\ A_2 \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 + K_2 \alpha_2 &= M_{12} - K_2 \int_0^t \frac{M_{\text{н.упр}}}{H} d\tau - K_2 \int_0^t \frac{M_{\text{н.возм}}}{H} d\tau. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Из уравнений (2.74) следует, что под действием моментов, прикладываемых по оси внутренней рамки гироскопа, гиросtabilизатор совершает угловое движение вокруг оси наружной рамки со скоростью:

$$\dot{\alpha}_1 = \left(\frac{M_{\text{в.упр}}}{H} + \omega_{\text{н.др}} \right) \frac{1}{\cos \alpha_{20}}.$$

Под действием моментов, приложенных по оси наружной рамки гироскопа, гиросtabilизатор вращается со скоростью:

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{M_{\text{н.упр}}}{H} + \omega_{\text{в.др}},$$

где $\frac{M_{\text{в.упр}}}{H}$, $\frac{M_{\text{н.упр}}}{H}$ – угловые скорости управления в режиме приведения или выставки гиросtabilизатора; $\omega_{\text{н.др}} = \frac{M_{\text{в.возм}}}{H}$, $\omega_{\text{в.др}} = \frac{M_{\text{н.возм}}}{H}$ – угловые скорости дрейфа гироскопа. Из первого уравнения (2.74) также следует, что динамика наружного канала стабилизации зависит от угла α_{20} .

3. ТРЕХОСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ

Трехосные (пространственные) гироскопические стабилизаторы служат для стабилизации и управления платформой с установленными на ней различными устройствами вокруг **трех осей стабилизации**. Управление самолетами, баллистическими ракетами, носителями космических аппаратов и самими космическими аппаратами требует поддержания в пространстве **строго заданного углового положения** измерителей ускорения движения (ньутометров) при очень жестких требованиях к погрешностям ориентации. Такая задача должна выполняться в условиях больших перегрузок, вибраций, изменений температуры и других факторов, сопровождающих полет.

Для стабилизации ньутометров или гироскопов в пространстве применяются **трехосные гиростабилизаторы (ТГС)**. Основной частью трехосного гиростабилизатора (рис. 3.1) является стабилизированный элемент 1 (стабилизированная платформа), имеющий посадочные поверхности для монтажа гироскопов стабилизации (гироблоков), ньутометров или гироскопов системы управления, уровней (маятников) и оптических устройств (призм) начальной выставки.

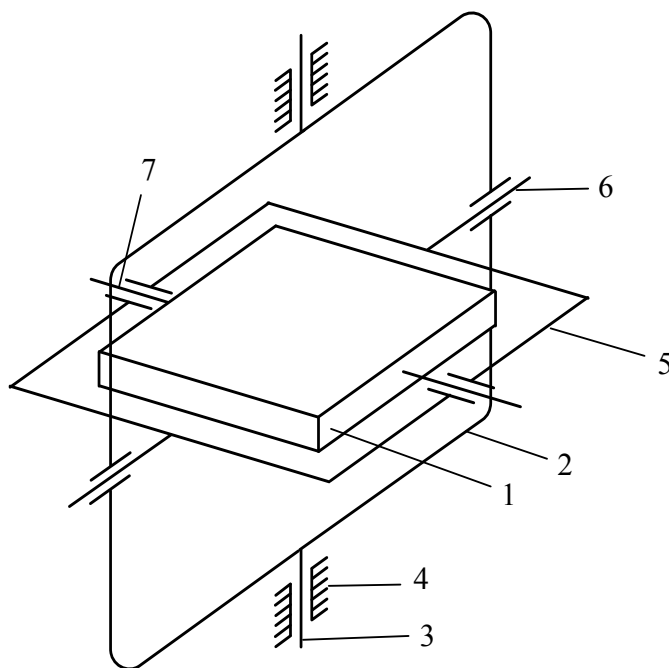


Рис. 3.1. Схема трехосного гиростабилизатора

Для того чтобы изолировать стабилизированную платформу от углового движения объекта, используют систему полуосей и рам, образующих **трехстепенный карданов подвес**. Наружная рама 2 такого подвеса с помощью цапф 3, образующих внешнюю ось подвеса, установлена в подшипниках корпуса 4 прибора. Внутренняя рама 5 своими цапфами 6, представляющими промежуточную ось подвеса, укреплена в подшипниках наружной рамы. Платформа своими цапфами 7, образующими внутреннюю ось подвеса, установлена в подшипниках внутренней рамы. Внешняя и промежуточная,

промежуточная и внутренняя оси конструктивно перпендикулярны, а в исходном положении достигается, как правило, перпендикулярность всех осей подвеса платформы. Для решения задачи обеспечения платформе трех степеней углового движения могут быть использованы и другие типы подвесов, например, газостатические.

3.1. Подвесы трехосных гиросtabilизаторов

Наиболее широкое распространение для изоляции стабилизированной платформы от углового движения объекта получил **карданов подвес**. Конструкция карданова подвеса определяется в каждом конкретном случае требованиями к величинам угловых поворотов объекта относительно стабилизированной платформы, количеством и компоновкой ньтонометров, гиринонтеграторов, гироскопов и других приборов, расположенных на платформе, допустимыми изгибными деформациями подвеса при перегрузках, точностью взаимной выставки приборов и другими факторами. В зависимости от взаимного расположения стабилизированной платформы и рам кардановы подвесы подразделяются на **наружные** и **внутренние**.

Наружный карданов подвес (рис. 3.1) представляют собой стабилизированную платформу 1, окруженную двумя (иногда тремя) рамами: наружной 2 и внутренней 5. При необходимости размещения на стабилизированной платформе телескопов астрокоррекции или подобных им приборов наружная рама подвеса может выполняться неполной (рис. 3.2), в виде «лиры».

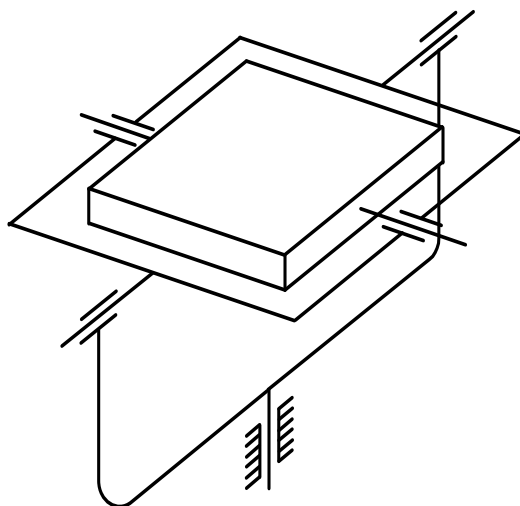


Рис. 3.2. Наружная рама карданова подвеса выполненная в виде «лиры»

При сравнительно небольших размерах рамы изготавливаются как правило, литьем из алюминиевых сплавов. При больших размерах рам и при повышенных требованиях к их жесткости переходят к коробчатой конструкции из сталей.

Основным достоинством наружного подвеса гиросtabilизатора является **компактность** и **жесткость** самой стабилизированной площадки. Это позволяет обеспечить высокую точность взаимной выставки гироскопов, ньтонометров,

гироинтеграторов, призм и других приборов и ее поддержание в условиях перегрузок и вибраций. Эти факторы делают наружный карданов подвес особенно удобным для малогабаритных гиросtabilизаторов с миниатюрными чувствительными элементами. Другим достоинством наружного подвеса является почти **неограниченная свобода углового маневра** объекта относительно двух (наружной и внутренней) осей подвеса стабилизируемой платформы, так как при совершении таких маневров ортогональность осей подвеса не нарушается. Недостатками наружного подвеса являются: недостаточная жесткость подвеса, увеличение габаритов и веса гиросtabilизатора при большом количестве стабилизируемых приборов, ограничение поля зрения оптических устройств, трудности обеспечения равножесткости. Иногда для повышения жесткости рамы наружного подвеса выполняют в виде сфер (рис. 3.3), что приводит к существенному усложнению конструкции.

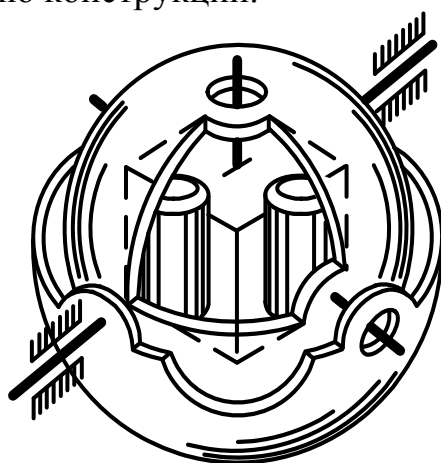


Рис. 3.3. Наружная рама карданова подвеса, выполненная в виде «сферы»

Внутренний карданов подвес (рис. 3.4) основан на применении траверсы 1 и рамки 2, в подшипниках которой установлена платформа 3. Стабилизированная платформа при таком типе подвеса может иметь замкнутую конструкцию (рис. 3.4, а)) или состоять из двух частей (рис. 3.4, б)), жестко связанных друг с другом осью, образующей внутреннюю ось подвеса.

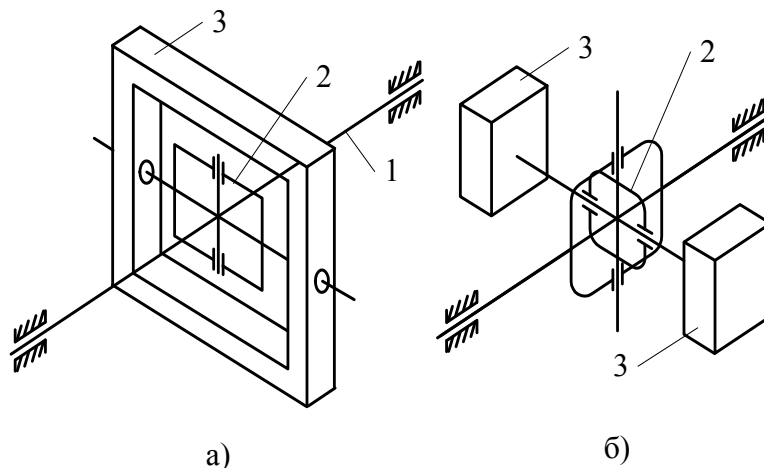


Рис. 3.4. Схемы внутреннего карданова подвеса

При замкнутой конструкции платформы жесткость ее остается достаточно высокой, что позволяет обеспечить высокую точность взаимной выставки гироскопов и ньютометров. Однако свобода поворотов объекта существенно ограничивается не только по промежуточной, но и по внутренней оси подвеса. При «гантельной» конструкции платформы можно, как и при наружном подвесе обеспечить широкую свободу углового маневра объекта по двум осям подвеса (внутренней и наружной), однако жесткость стабилизированной площадки обеспечить трудно. Внутренний подвес платформы позволяет получить меньшие габариты и вес гиросtabilизатора при сравнительно больших размерах гироскопов и гиросинтеграторов

3.2. Трехосный гиросtabilизатор, построенный на трех двухступенных гироскопах

Одна из возможных схем трехосного гиросtabilизатора приведена на рисунке 3.5.

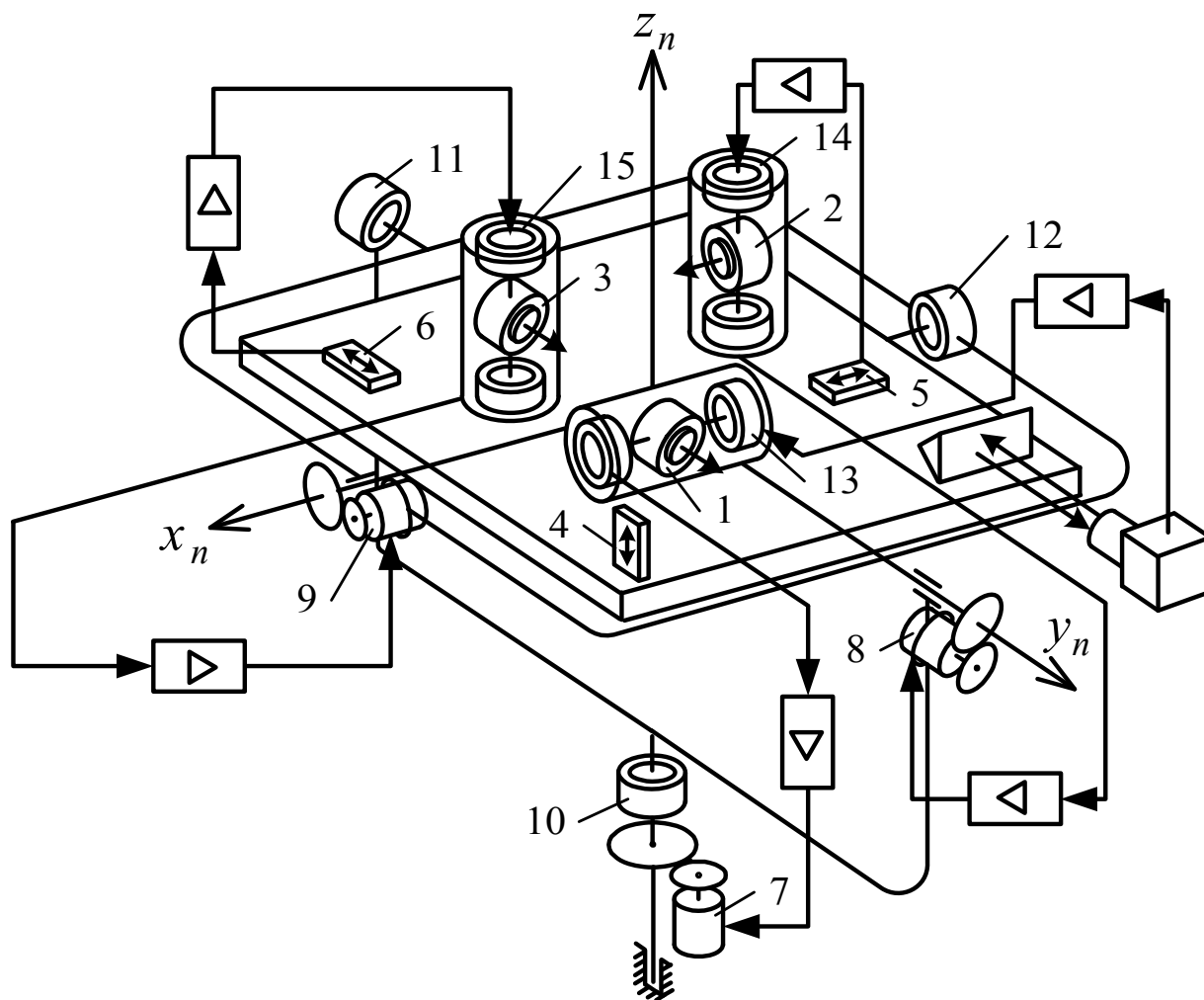


Рис. 3.5. Схема трехосного гиросtabilизатора

Здесь стабилизированная платформа устанавливается в кардановом подвесе, состоящем из внутренней и наружной рам и обеспечивающим платформе три степени свободы относительно основания. На платформе располагается объект стабилизации, в данном случае ньтонометры 4, 5, 6 инерциальной навигационной системы и три двухстепенных гироскопа. Каждый из гироскопов снабжен датчиком угла прецессии и датчиком моментов. По осям карданова подвеса – осям стабилизации – устанавливаются стабилизирующие двигатели, управляемые через усилители сигналами датчиков углов прецессии. Таким образом, трехосный гиростабилизатор имеет систему стабилизации, состоящую из трех каналов, каждый из которых осуществляет стабилизацию платформы относительно одной из осей. Например, гироскоп 1 совместно со стабилизирующим двигателем 7 стабилизирует платформу относительно оси наружной рамы. Пусть к платформе приложен возмущающий момент по наружной оси подвеса. Этот момент вызывает поворот гироскопа 1 вокруг оси прецессии. С датчика угла гироскопа снимается сигнал, который после усиления и преобразования в усилителе поступает на управляющую обмотку двигателя стабилизации 7. Последний прикладывает к платформе момент, противоположный внешнему, компенсируя тем самым его воздействие на платформу.

Система управления положением платформы гиростабилизатора (система коррекции или приведения, система слежения) имеет три канала, которые включают чувствительные элементы, усилители и датчики моментов. Например, в трехосном гиростабилизаторе, изображенном на рисунке 3.5, для приведения осей X_n и Y_n в плоскость горизонта в качестве чувствительных элементов ставятся ньтонометры 6 и 5, связанные через усилители с датчиками моментов 15 и 14. Для задания азимутального положения платформе могут быть применены различные курсовые приборы, оптические и другие устройства. В гиростабилизаторе, изображенном на рисунке 3.5, в качестве чувствительного элемента системы азимутальной коррекции используется автоколлимационный угломер AK , измеряющий рассогласование между выходящим из него и отображенным от призмы световыми лучами. Если платформа отклонилась от требуемого азимутального положения, то отраженный и испускаемый автоколлиматором лучи оказываются непараллельными, что приводит к появлению сигнала рассогласования с фотоприемника. Этот сигнал после усиления в усилителе поступает на датчик моментов 13 гироскопа 1, под действием момента которого платформа поворачивается в азимуте до ликвидации появившегося рассогласования. Для определения угловых отклонений объекта от требуемого положения в пространстве на осях подвеса гиростабилизатора установлены датчики команд 10, 11 и 12, которые на этапе приведения могут быть использованы в качестве элементов грубого приведения.

3.3. Трехосный индикаторный гиросtabilизатор

На платформе трехосного гиросtabilизатора (рис. 3.6) установлено два трехстепенных гироскопа 1 и 2, измерительные оси которых, при отсутствии взаимных поворотов платформы и рам подвеса, параллельны осям стабилизации. На измерительных осях гироскопов установлены датчики углов 3(6), 4 и 5, сигналы с которых используются для управления стабилизирующими двигателями.

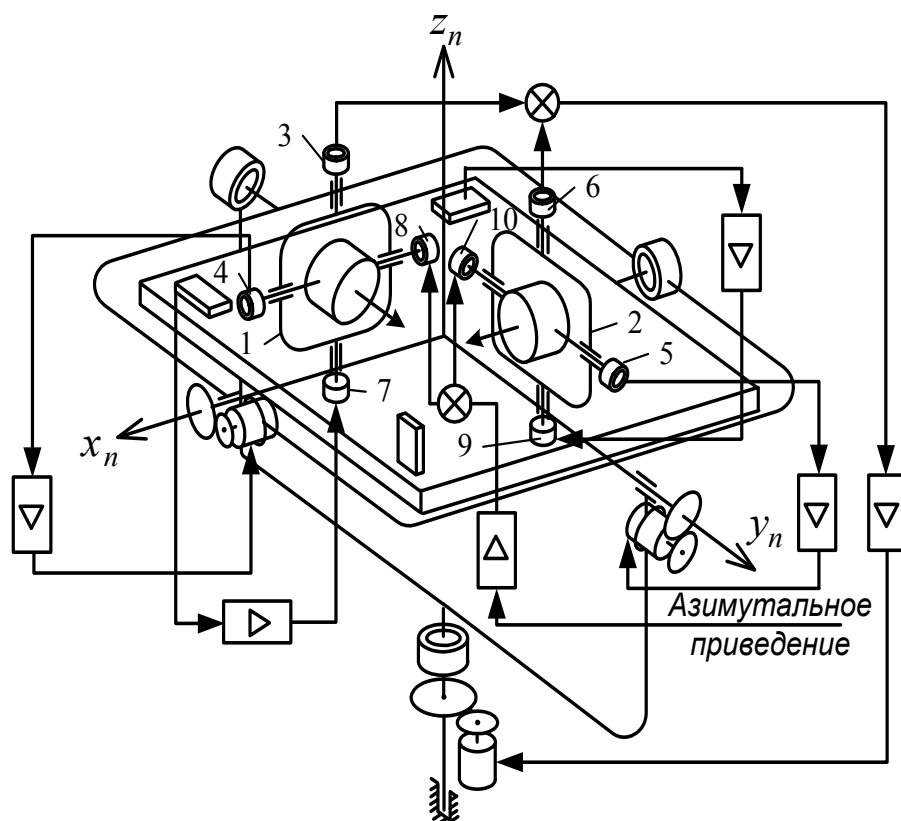


Рис. 3.6. Схема трехосного индикаторного гиросtabilизатора

Для выставки платформы в исходное положение служат датчики моментов 7, 8(10) и 9, управляемые сигналами с чувствительных элементов системы привода.

3.4. Трехосный гиросtabilизатор с дополнительной рамой подвеса

Для баллистических ракет и ракет-носителей, предназначенных для вывода головной части (космического аппарата) на орбиту, наружную и внутреннюю оси карданова подвеса платформы обычно совмещают с осями вращения и тангажа, а промежуточную ось устанавливают по оси рыскания ракеты. На транспортных и пассажирских самолетах наружную и промежуточную оси карданова подвеса совмещают с осями крена и тангажа, а внутреннюю ось устанавливают по оси рыскания самолета.

Однако для целого класса объектов (зенитные управляемые ракеты, самолеты-снаряды, самолеты-ракетопланы и другие маневрирующие объекты) может потребоваться широкий маневр по всем трем осям. При этом в обычном

кардановом подвесе происходит складывание рамок и платформа теряет одну из степеней свободы. Для ликвидации явления «складывания» карданов подвес **дополняют** еще одной рамой (рис. 3.7).

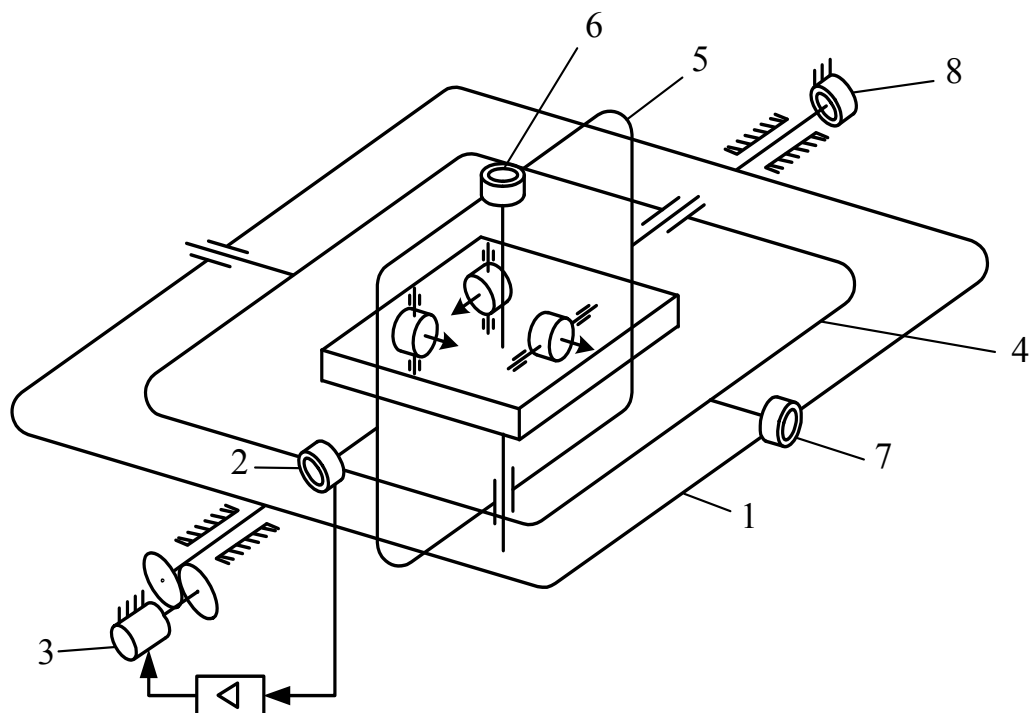


Рис. 3.7. Схема трехосного гиросtabilизатора с дополнительной рамой повеса

Платформа имеет дополнительную раму 1. При помощи следящей системы, содержащей датчик угла 2, усилитель и исполнительный двигатель 3, внешняя рама 4 приводится в положение, когда ось ее цапф перпендикулярна плоскости внутренней рамы 5. Этим достигается перпендикулярность всех трех осей карданова подвеса платформы и работоспособность системы при любых возможных маневрах самолета. Датчики команд 6, 7 и 8 вырабатывают сигналы, пропорциональные углам рыскания, тангажа и крена объекта.

3.5. Преобразование координат в трехосном гиросtabilизаторе

Обычно трехосный гиросtabilизатор в системе управления ракетой (или другим летательным аппаратом) используется не только для стабилизации ньютометров, но и для измерения угловых отклонений ракеты от требуемого положения в пространстве, а также для управления ее программным положением. Для этого на каждой из осей подвеса размещают датчики команд, вырабатывающие сигналы пропорциональные угловым перемещениям элементов подвеса. Оси подвеса платформы, на которых расположены датчики команд, принято называть **измерительными осями гиросtabilизатора**. В процессе начальной выставки измерительным осям гиросtabilизатора придаются направления, относительно которых принято измерять колебания и повороты ракеты по **тангажу** (θ), **рысканию** (ψ) и **вращению** (φ).

При одновременном повороте ракеты относительно трех связанных с ней осей пропорциональность командных сигналов соответствующим угловым

отклонениям ракеты нарушается. В динамике полета углы θ , φ и ψ поддерживаются малыми, поэтому небольшие рассогласования измерительных осей трехосного гиросtabilизатора с осями ракеты, имеющие место при одновременном отклонении ракеты по всем осям, не приводят к заметным погрешностям в измерении углов (к карданным погрешностям). Для разворота ракеты по тангажу один из элементов датчика команд разворачивают с помощью программного механизма относительно другого на требуемый (программный) угол θ_{np} в сторону, обратную требуемому развороту ракеты. Возникающие на датчике команд рассогласование и соответствующий ему сигнал воспринимаются системой управления как отклонение ракеты по тангажу на угол θ . Рулевые органы отклоняются, вызывая движение ракеты в сторону ликвидации рассогласования, т. е. разворачивая ракету в направлении полета. Допустим, что ракета разворачивается в плоскости стрельбы с небольшими угловыми колебаниями ее корпуса относительно центра масс. При этом возможны два случая ориентирования карданова подвеса платформы на ракете. В первом случае он ориентирован вдоль оси тангажа своей **наружной**, а во втором – **внутренней осью**. В первом случае ракета поворачивается относительно наружной оси карданова подвеса. Оси ракеты и карданова подвеса рассогласуются, но взаимная перпендикулярность осей подвеса не нарушаются (рис. 3.8, а)). Вследствие рассогласования осей ракеты и подвеса датчики команд ДК ψ и ДК φ смещены относительно осей рыскания и крена ракеты и измеряют не истинные угловые отклонения ракеты по этим осям, а угловые отклонения соответствующих элементов карданова подвеса относительно друг друга.

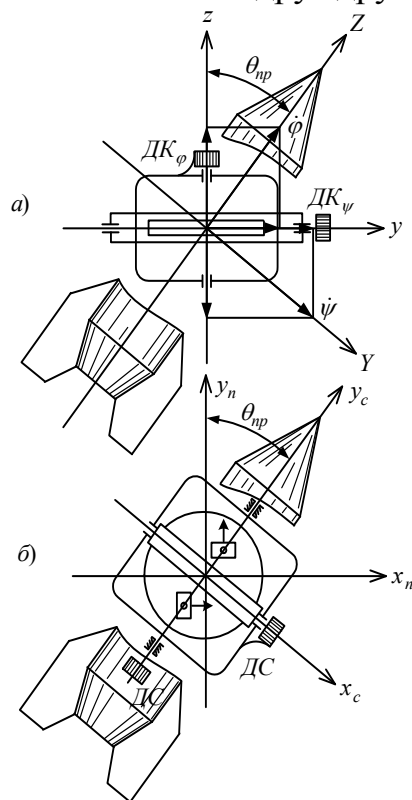


Рис. 3.8. Схема трехосного индикаторного гиросtabilизатора

Действительно, спроектировав вектора угловых скоростей $\dot{\psi}$ и $\dot{\phi}$ на оси подвеса, получим:

$$\begin{aligned}\dot{\psi}_k &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi} \sin \theta; \\ \dot{\phi}_k &= \dot{\phi} \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Если предположить, что в течении незначительного времени угол тангажа не изменяется, то, интегрируя выражения (3.1), получаем угловые перемещения:

$$\begin{aligned}\psi_k &= \psi \cos \theta + \phi \sin \theta; \\ \phi_k &= \phi \cos \theta - \psi \sin \theta.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Эти угловые отклонения элементов карданова подвеса и измеряются соответственно датчиками ДК Ψ и ДК Φ .

Из рассмотренного видно, что при установке трехосного гиросtabilизатора на ракете наружной осью карданова подвеса вдоль оси тангажа необходим **преобразователь координат** (вычислитель) в цепях управления угловым движением ракеты. Его называют **внешним**.

Из выражений (3.2) имеем:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_k \cos \theta - \phi_k \sin \theta; \\ \phi &= \phi_k \cos \theta - \psi_k \sin \theta.\end{aligned}\tag{3.3}$$

Устройством, выполняющим преобразования вида (3.3), может быть синусно-косинусный вращающийся трансформатор (СКВТ), на роторные обмотки которого поданы напряжения с датчиков команд ДК Ψ и ДК Φ , а со статорных при соответствующем включении снимаются напряжения, пропорциональные углам Ψ и Φ . Для разворота на угол θ ротора относительно статора преобразователя координат он должен быть размещен на оси наружной рамы карданова подвеса.

Рассмотрим трехосный гиросtabilизатор, установленный на ракете внутренней осью карданова подвеса вдоль оси тангажа ракеты (рис. 3.8, б)). Здесь также возникают рассогласование осей ракеты и платформы, но датчики команд осей рыскания и крена повернутся относительно платформы вместе с ракетой и будут измерять «истинные» угловые отклонения Ψ и Φ ракеты. Преобразователь координат (внешний) в цепях командных сигналов не нужен, но необходимо в системе стабилизации платформы применить преобразователь координат (внутренний), так как в этом случае рассогласуются оси платформы, на которой установлены гироскопы, и оси карданова подвеса, на которых установлены стабилизирующие двигатели каналов рыскания и крена.

Внутренний преобразователь координат рассмотрим на примере установки трехосного стабилизатора на самолёте (рис. 3.9).

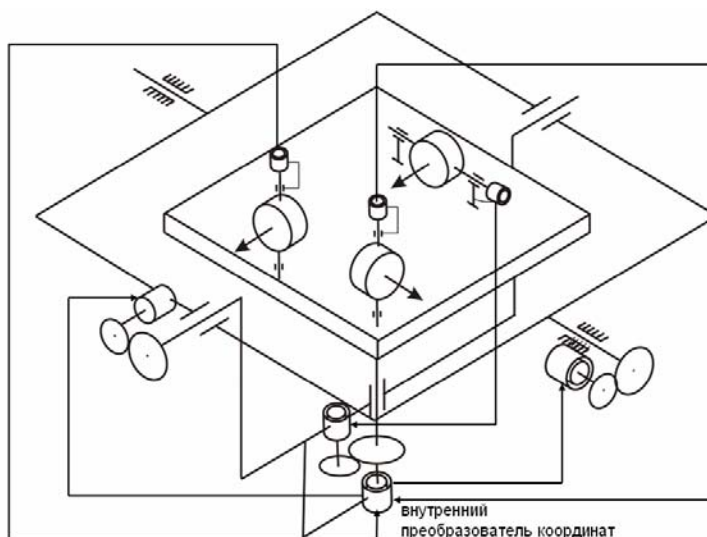


Рис. 3.9. Схема внутреннего преобразователя координат

Пусть оси платформы x_n, y_n повернуты относительно осей стабилизации на угол α_3 (рис.3.10).

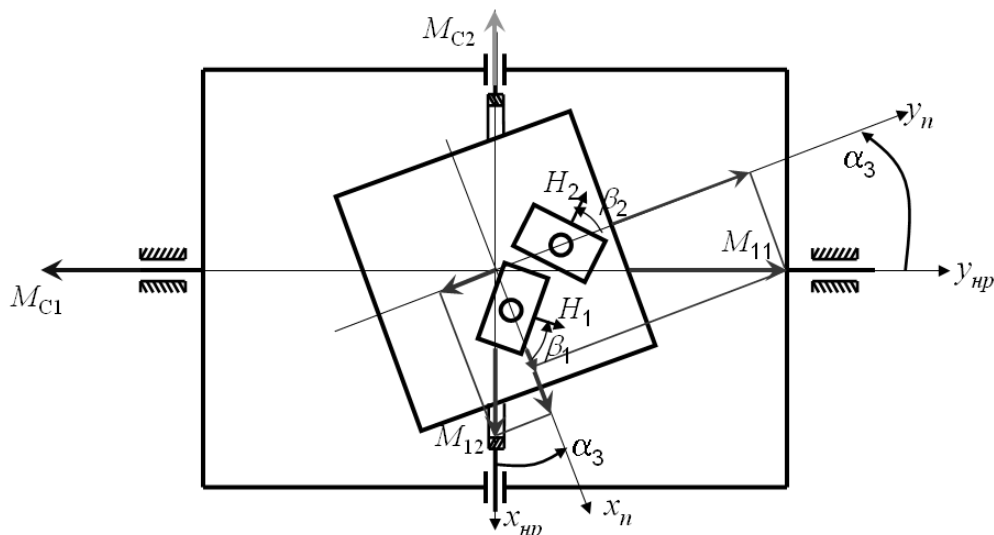


Рис. 3.10. Проекция моментов внешних сил на оси платформы

Проекция момента внешних сил на осях платформы:

$$\begin{aligned} M_{x_n} &= M_{12} \cos \alpha_3 + M_{11} \sin \alpha_3; \\ M_{y_n} &= M_{11} \cos \alpha_3 - M_{12} \sin \alpha_3, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где M_{x_n}, M_{y_n} – проекции момента внешних сил на оси, связанные с платформой.

Если осуществить управление двигателями стабилизации таким образом, чтобы проекции момента двигателей стабилизации на оси x_n, y_n были всегда пропорциональны углам отклонения гироскопов, т.е. согласно рисунку 3.10

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{M_{y_n}}{K_1} = \frac{M_{11} \cos \alpha_3 - M_{12} \sin \alpha_3}{K_1}; \\ \beta_2 &= \frac{M_{x_n}}{K_1} = \frac{M_{12} \cos \alpha_3 + M_{11} \sin \alpha_3}{K_1}, \end{aligned}$$

то каждый двигатель в отдельности должен развивать момент

$$\begin{aligned} M_{c_1} &= K_1 \beta_1 \cos \alpha_3 + K_2 \beta_2 \sin \alpha_3; \\ M_{c_2} &= K_2 \beta_2 \cos \alpha_3 - K_1 \beta_1 \sin \alpha_3, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где K_1, K_2 – коэффициенты усиления цепей стабилизации; β_1, β_2 – углы поворота гироскопов.

Полученные зависимости свидетельствуют о необходимости преобразования сигналов датчиков углов прецессии гироскопов так, чтобы несогласованность этих гироскопов и соответствующих им двигателей стабилизации не нарушала устойчивости работы системы стабилизации. Алгоритмы преобразования могут быть реализованы на различных элементах и устройствах, с помощью ЦВМ, если она имеется в составе управления. Простейшей реализацией алгоритмов преобразования является применение СКВТ. Включение обмоток соответствующим образом и разворот ротора относительно статора на соответствующий угол позволяют просто решить задачу преобразования.

Легко показать, что при повороте ракеты на угол $\theta = 90^\circ$ система стабилизации гиросtabilизатора **при отсутствии преобразователя координат неработоспособна**. Стабилизирующие двигатели вырабатывают моменты относительно «чужих» осей платформы.

Итак, карданов подвес трехосного гиросtabilизатора вносит искажения в систему управления ракетой или систему стабилизации гиросtabilизатора. В зависимости от особенностей установки гиросtabilизатора на объекте необходимо **преобразовывать сигналы** внешним или внутренним преобразователем координат – специальным вычислителем в системах или управления или стабилизации гиросtabilизатора соответственно.

3.6. Уравнения движения трехосного гиросtabilизатора

Кинематическая схема трехосного гиросtabilизатора представлена на рисунке 3.11.

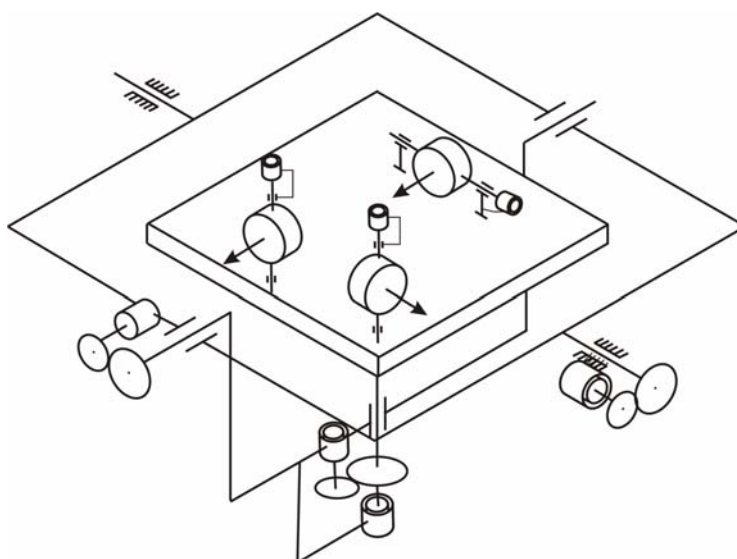


Рис. 3.11. Кинематическая схема трехосного гиросtabilизатора

Введем следующие системы координат: $O\xi\eta\zeta$, $Ox_p y_p z_p$, $Ox_{np} y_{np} z_{np}$, $Ox_n y_n z_n$ (рис. 3.12) и системы координат $O_i x_i y_i z_i$, связанные с гироблоками (рис. 3.13). Обозначим:

α_1 – угол поворота наружной рамы относительно основания;

α_2 – угол поворота промежуточной рамы относительно наружной рамы;

α_3 – угол поворота платформы относительно промежуточной рамы;

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – углы поворотов гироблоков;

$J_{x_p}, J_{y_p}, J_{z_p}$ – моменты инерции наружной рамы относительно соответствующих осей;

$J_{x_{np}}, J_{y_{np}}, J_{z_{np}}$ – моменты инерции промежуточной рамы относительно соответствующих осей;

$J_{x_n}, J_{y_n}, J_{z_n}$ – моменты инерции платформы относительно соответствующих осей.

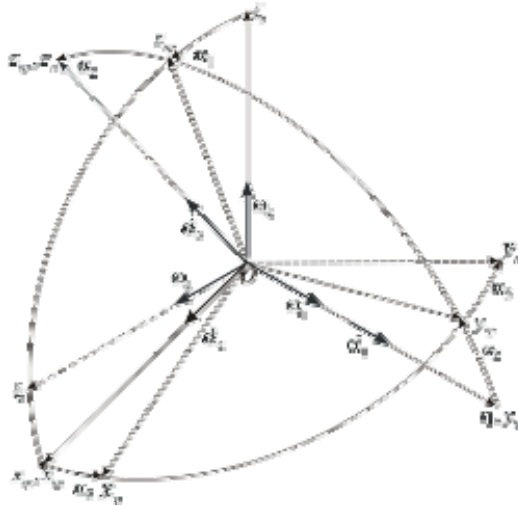


Рис. 3.12. Системы координат

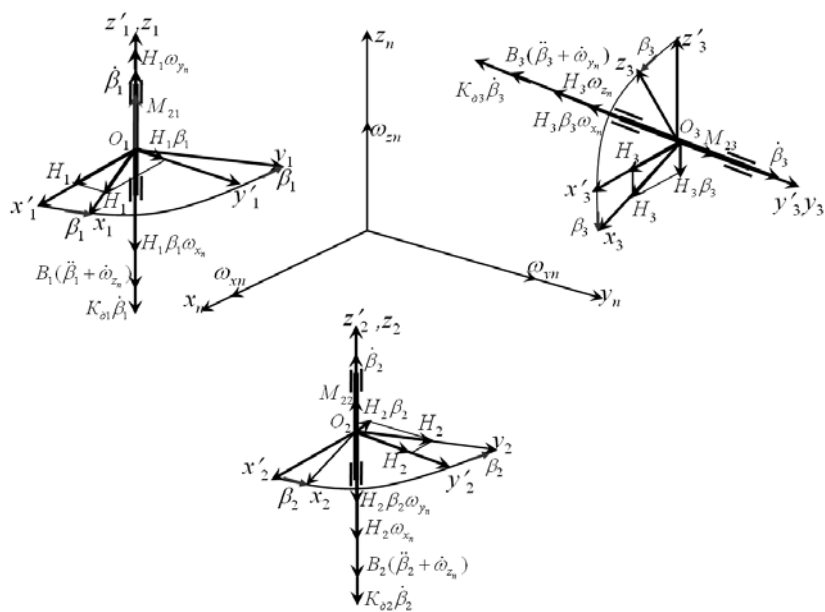


Рис. 3.13. Системы координат связанные с гироблоками

Уравнения движения гироблоков относительно осей прецессии:

$$\begin{aligned} \sum momy_3 &= 0; \\ -B_3(\ddot{\beta}_3 + \dot{\omega}_{y_n}) - K_{\partial_3} \dot{\beta}_3 - H_3 \omega_{z_n} - H_3 \beta_3 \omega_{x_n} + M_{23} &= 0; \\ \sum momz_3 &= 0; \\ -B_2(\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{y_n}) - K_{\partial_2} \dot{\beta}_2 - H_2 \omega_{x_n} - H_2 \beta_2 \omega_{y_n} + M_{22} &= 0; \\ \sum momz_3 &= 0; \\ -B_1(\ddot{\beta}_1 + \dot{\omega}_{z_n}) - K_{\partial_1} \dot{\beta}_1 + H_1 \omega_{y_n} - H_1 \beta_1 \omega_{x_n} + M_{21} &= 0. \end{aligned}$$

Уравнения движения платформы (рис. 3.14)

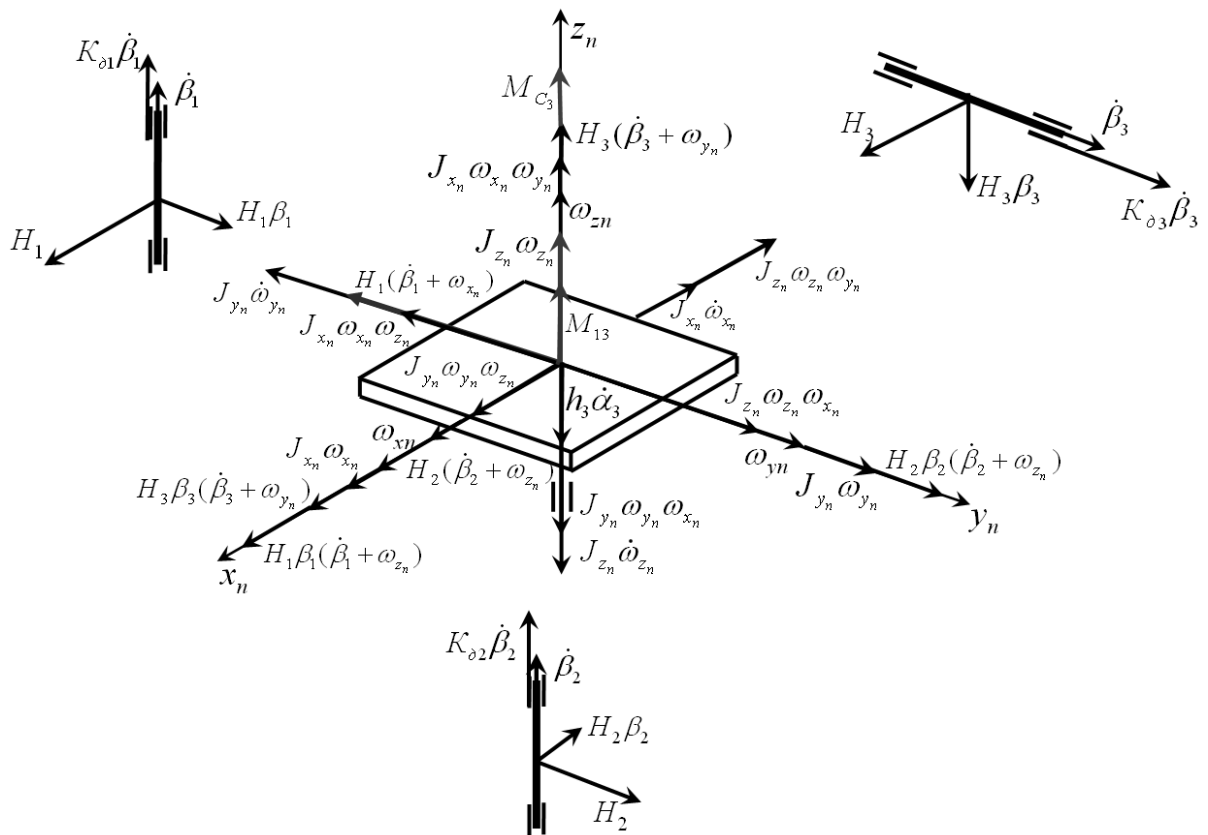


Рис. 3.14. К выводу уравнения движения платформы

$$\begin{aligned} M_{x_n} &= -J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} + H_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n}); \\ M_{y_n} &= -J_{y_n} \dot{\omega}_{y_n} + (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_{z_n} \omega_{x_n} - H_1 (\dot{\beta}_1 + \omega_{x_n}) + K_{\partial_3} \dot{\beta}_3; \\ M_{z_n} &= -J_{z_n} \dot{\omega}_{z_n} + (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_{x_n} \omega_{y_n} + H_3 (\dot{\beta}_2 + \omega_{y_n}) + K_{\partial_1} \dot{\beta}_1 + K_{\partial_2} \dot{\beta}_2; \quad (3.6) \\ \sum momx_n &= 0; \\ M_{z_n} - h_3 \dot{\alpha}_3 + M_{C_3} + M_{13} &= 0; \quad (3.7) \\ M_{C_3} &= K_3 \beta_3. \end{aligned}$$

Уравнения движения внутренней рамы (рис. 3.15)

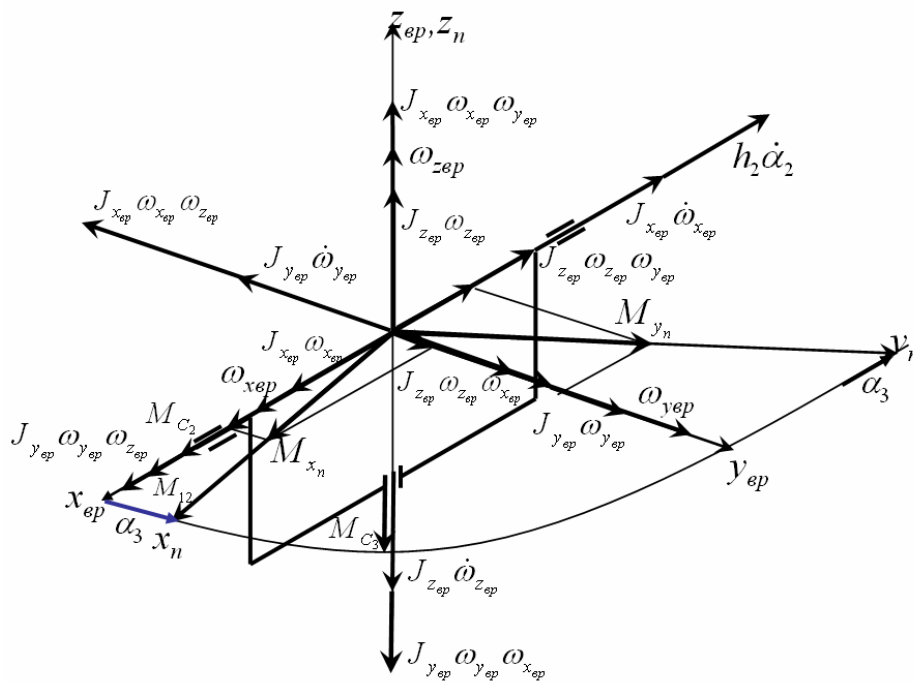


Рис. 3.15. К выводу уравнения движения внутренней рамы

$$M_{x_{ep}} = -J_{x_{ep}} \dot{\omega}_{x_{ep}} + (J_{y_{ep}} - J_{z_{ep}}) \omega_{y_{ep}} \omega_{z_{ep}} + M_{x_n} \cos \alpha_3 - M_{y_n} \sin \alpha_3; \quad (3.8)$$

$$M_{y_{ep}} = -J_{y_{ep}} \dot{\omega}_{y_{ep}} + (J_{z_{ep}} - J_{x_{ep}}) \omega_{z_{ep}} \omega_{x_{ep}} + M_{y_n} \cos \alpha_3 + M_{x_n} \sin \alpha_3; \quad (3.9)$$

$$M_{z_{ep}} = -J_{z_{ep}} \dot{\omega}_{z_{ep}} + (J_{x_{ep}} - J_{y_{ep}}) \omega_{x_{ep}} \omega_{y_{ep}} - M_{C_3}; \quad (3.10)$$

$$\sum \text{mom} x_{ep} = 0;$$

$$M_{x_{ep}} - h_2 \dot{\alpha}_2 + M_{C_2} + M_{12} = 0;$$

$$M_{C_2} = K_2 \beta_2 \cos \alpha_3 - K_1 \beta_1 \sin \alpha_3.$$

$$(3.11)$$

Уравнения движения наружной рамы (рис. 3.16)

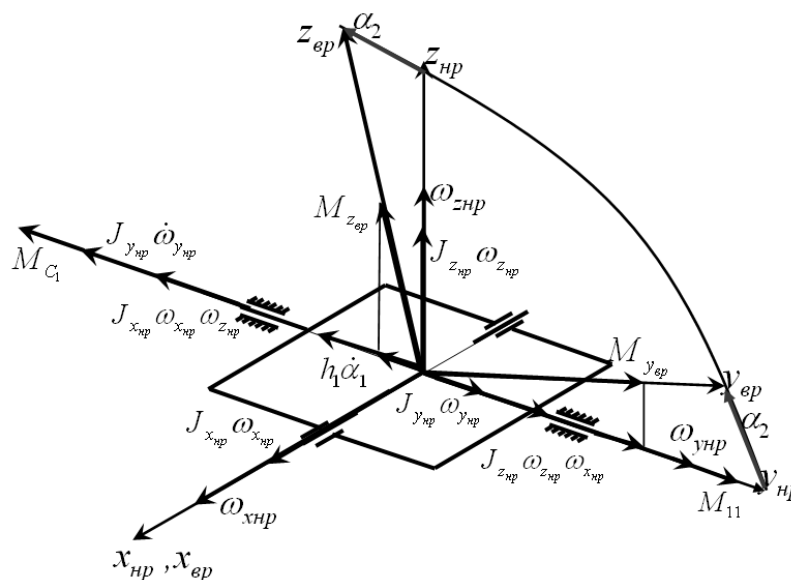


Рис. 3.16. К выводу уравнения движения наружной рамы

$$\sum m\omega y_{np} = 0;$$

$$-J_{y_{np}} \dot{\omega}_{y_{np}} + (J_{z_{np}} - J_{x_{np}}) \omega_{z_{np}} \omega_{x_{np}} + M_{y_{ep}} \cos \alpha_2 - M_{z_{ep}} \sin \alpha_2 - h_1 \dot{\alpha}_1 - M_{C_1} + M_{11} = 0; \quad (3.12)$$

$$M_{C_1} = \frac{K_1 \beta_1 \cos \alpha_3 + K_2 \beta_2 \sin \alpha_3}{\cos \alpha_2}.$$

Уравнения движения трёхосного гиросtabilизатора относительно платформы. Подставляя выражение (3.6) в уравнение (3.7), получаем:

$$-J_{z_{ep}} \dot{\omega}_{z_{ep}} + (J_{x_n} - J_{y_n}) \omega_{x_n} \omega_{y_n} + H_3 (\dot{\beta}_3 + \omega_{y_n}) + K_{\delta_1} \dot{\beta}_1 + K_{\delta_2} \dot{\beta}_2 - h_3 \dot{\alpha}_3 + M_{C_3} + M_{13} = 0;$$

$$-B_3 (\ddot{\beta}_3 + \dot{\omega}_{y_n}) - K_{\delta_3} \dot{\beta}_3 - H_3 \omega_{z_n} - H_3 \beta_3 \omega_{x_n} + M_{23} = 0.$$

Уравнения движения трёхосного гиросtabilизатора относительно внутренней рамы. Подставляя выражение (3.10) в уравнение (3.11), получаем:

$$-J_{x_{ep}} \dot{\omega}_{x_{ep}} + (J_{y_{ep}} - J_{z_{ep}}) \omega_{y_{ep}} \omega_{z_{ep}} - J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} \cos \alpha_3 + (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} \cos \alpha_3 + H_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n}) \cos \alpha_3 +$$

$$+ J_{y_n} \dot{\omega}_{y_n} \sin \alpha_3 - (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_{z_n} \omega_{x_n} \sin \alpha_3 + H_1 (\dot{\beta}_1 + \omega_{z_n}) \sin \alpha_3 - K_{\delta_3} \dot{\beta}_3 \sin \alpha_3 - h_2 \dot{\alpha}_2 + M_{C_2} + M_{12} = 0;$$

$$-B_2 (\ddot{\beta}_2 + \dot{\omega}_{z_n}) - K_{\delta_2} \dot{\beta}_2 - H_2 \omega_{x_n} - H_2 \beta_2 \omega_{y_n} + M_{22} = 0.$$

Уравнения движения трёхосного гиросtabilизатора относительно наружной рамы. Подставляя выражения (3.8) и (3.9) в уравнение (3.12), получаем:

$$-J_{y_{np}} \dot{\omega}_{y_{np}} + (J_{z_{np}} - J_{x_{np}}) \omega_{z_{np}} \omega_{x_{np}} - J_{y_{ep}} \dot{\omega}_{y_{ep}} \cos \alpha_2 + (J_{z_{ep}} - J_{x_{ep}}) \omega_{z_{ep}} \omega_{x_{ep}} \cos \alpha_2 -$$

$$-J_{y_n} \dot{\omega}_{y_n} \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 + (J_{z_n} - J_{x_n}) \omega_{z_n} \omega_{x_n} \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 - H_1 (\dot{\beta}_1 + \omega_{z_n}) \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 +$$

$$+ K_{\delta_3} \dot{\beta}_3 \cos \alpha_3 \cos \alpha_2 - J_{x_n} \dot{\omega}_{x_n} \sin \alpha_3 \cos \alpha_2 +$$

$$+ (J_{y_n} - J_{z_n}) \omega_{y_n} \omega_{z_n} \sin \alpha_3 \cos \alpha_2 + H_2 (\dot{\beta}_2 + \omega_{z_n}) \sin \alpha_3 \cos \alpha_2 +$$

$$+ J_{z_{ep}} \dot{\omega}_{z_{ep}} \sin \alpha_2 - (J_{x_{ep}} - J_{y_{ep}}) \omega_{x_{ep}} \omega_{y_{ep}} + M_{C_3} \sin \alpha_2 - h_2 \dot{\alpha}_2 - M_{C_1} + M_{11} = 0;$$

$$-B_3 (\ddot{\beta}_3 + \dot{\omega}_{y_n}) - K_{\delta_3} \dot{\beta}_3 - H_3 \omega_{z_n} - H_3 \beta_3 \omega_{x_n} + M_{23} = 0.$$

Проекция абсолютных угловых скоростей наружной рамы, промежуточной рамы и платформы на связанные оси:

$$\omega_{x_{nn}} = \omega_{\xi} \cos \alpha_1 - \omega_{\zeta} \sin \alpha_1;$$

$$\omega_{y_{nn}} = \omega_{\eta} + \dot{\alpha}_1;$$

$$\omega_{z_{nn}} = \omega_{\zeta} \cos \alpha_1 + \omega_{\xi} \sin \alpha_1;$$

$$\omega_{x_{ep}} = \omega_{x_{nn}} + \dot{\alpha}_2;$$

$$\omega_{y_{ep}} = \omega_{y_{nn}} \cos \alpha_2 + \omega_{z_{nn}} \sin \alpha_2;$$

$$\omega_{z_{ep}} = \omega_{z_{nn}} \cos \alpha_2 - \omega_{y_{nn}} \sin \alpha_2;$$

$$\omega_{x_n} = \omega_{x_{ep}} \cos \alpha_3 + \omega_{y_{ep}} \sin \alpha_3;$$

$$\omega_{y_n} = \omega_{y_{ep}} \cos \alpha_3 - \omega_{x_{ep}} \sin \alpha_3;$$

$$\omega_{z_n} = \omega_{z_{ep}} + \dot{\alpha}_3.$$
(3.13)

Рассмотрим динамику трехосного гиросtabilизатора на неподвижном основании ($\omega_\xi = \omega_\eta = \omega_\zeta = 0$). Выражения (3.13) в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \omega_{x_{np}} = \omega_{y_{np}} = 0; \quad \omega_{x_{ep}} = \dot{\alpha}_2; \\
 \omega_{z_{np}} = \dot{\alpha}_1; \quad \omega_{y_{ep}} = \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2; \\
 \omega_{z_{ep}} = -\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2; \\
 \omega_{x_n} = \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \sin \alpha_3; \\
 \omega_{y_n} = \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3; \\
 \omega_{z_n} = \dot{\alpha}_3 - \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_2.
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Уравнения движения гиросtabilизатора при $\alpha_1(0) = \alpha_2(0) = \alpha_3(0) = 0$ имеют вид:

$$A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \dot{\beta}_1 + H_1 \dot{\alpha}_3 - K_{\partial 3} \dot{\beta} + K_1 \beta_1 = M_{11}; \tag{3.15}$$

$$B_1 \ddot{\beta}_1 + B_1 \ddot{\alpha}_3 - H_1 \dot{\alpha}_1 + K_{\partial 1} \dot{\beta}_1 + H_1 \beta_1 \dot{\alpha}_2 = M_{21};$$

$$A_2 \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \dot{\beta}_2 - H_2 \dot{\alpha}_3 - K_2 \beta_2 = M_{12}; \tag{3.16}$$

$$B_2 \ddot{\beta}_2 + B_2 \ddot{\alpha}_3 + H_2 \dot{\alpha}_2 + H_2 \beta_2 \dot{\alpha}_1 + K_{\partial 2} \dot{\beta}_2 = M_{22};$$

$$A_3 \ddot{\alpha}_3 + h_3 \dot{\alpha}_3 - H_3 \dot{\beta}_3 + H_3 \dot{\alpha}_1 - K_{\partial 1} \dot{\beta}_1 - K_{\partial 2} \dot{\beta}_2 - K_3 \beta_3 = M_{13}; \tag{3.17}$$

$$B_3 \ddot{\beta}_3 + B_3 \ddot{\alpha}_1 + H_3 \dot{\alpha}_3 + H_3 \beta_3 \dot{\alpha}_2 + K_{\partial 3} \dot{\beta}_3 = M_{23}.$$

Системы уравнений (3.15...3.17) записаны в предположении малости углов прецессии и угловых скоростей движения гиросtabilизатора. Из систем уравнений (3.15), (3.16) и (3.17) следует, что трехосный гиросtabilизатор можно рассматривать как трехканальную систему автоматического регулирования с линейными и нелинейными перекрестными связями между каналами.

Оценим влияние перекрестных связей на устойчивость, точность стабилизации трехосного гиросtabilизатора в инерциальном пространстве при действии возмущений и на уходы, обусловленные динамикой системы.

3.7. Влияние линейных перекрестных связей на устойчивость гиросtabilизатора

Пренебрежем в уравнениях (3.15), (3.16) и (3.17) нелинейными перекрестными связями. Оставшиеся линейные перекрестные связи можно классифицировать следующим образом: связи через датчики углов прецессии; связи через демпфирующие моменты гиросблоков.

В матричной форме линейные уравнения трехосного гиросtabilизатора с учетом перекрестных связей через датчики углов прецессии имеют вид:

$$\bar{D} \cdot \bar{x} = \bar{M},$$

где

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & H_1 p + K_1 & 0 & 0 & H_1 p & 0 \\ -H_1 p & B_1 p^2 & 0 & 0 & B_1 p^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 p^2 + h_2 p & -(H_2 p + K_2) & -H_2 p & 0 \\ 0 & 0 & H_2 p & B_2 p^2 & B_2 p^2 & 0 \\ -H_3 p & 0 & 0 & 0 & A_3 p^2 + h_3 p & -(H_3 p + K_3) \\ B_3 p^2 & 0 & 0 & 0 & H_3 p & B_3 p^2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_3 \\ \beta_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{M} = \begin{pmatrix} M_{11} \\ M_{21} \\ M_{12} \\ M_{22} \\ M_{13} \\ M_{23} \end{pmatrix}.$$

Перепишем матричное уравнение в виде

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} \bar{D}_1 & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{13} \\ \bar{A}_{21} & \bar{D}_2 & \bar{A}_{23} \\ \bar{A}_{31} & \bar{A}_{32} & \bar{D}_3 \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

$$\bar{D}_1 = \begin{pmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & H_1 p + K_1 \\ -H_1 p & B_1 p^2 \end{pmatrix}, \quad \bar{D}_2 = \begin{pmatrix} A_2 p^2 + h_2 p & -(H_2 p + K_2) \\ H_2 p & B_2 p^2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{D}_3 = \begin{pmatrix} A_3 p^2 + h_3 p & -(H_3 p + K_3) \\ H_3 p & B_3 p^2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}_{12} = \bar{A}_{21} = \bar{A}_{32} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_{13} = \begin{pmatrix} H_1 p & 0 \\ B_1 p^2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}_{23} = \begin{pmatrix} -H_2 p & 0 \\ B_2 p^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_{31} = \begin{pmatrix} -H_3 p & 0 \\ B_3 p^2 & 0 \end{pmatrix},$$

Используя правило Лапласа, получаем главный определитель системы уравнений (3.18)

$$\begin{aligned}
 D(p) = & (-1)^{1+2+1+2} \cdot D_1 \cdot \begin{vmatrix} A_2 p^2 + h_2 p & -(H_2 p + K_2) & -H_2 p & 0 \\ H_2 p & B_2 p^2 & B_2 p^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 p^2 + h_3 p & -(H_3 p + K_3) \\ 0 & 0 & H_3 p & B_3 p^2 \end{vmatrix} + \\
 & + (-1)^{1+2+1+3} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+1+4} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+1+5} \cdot \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & H_1 p \\ -H_1 p & B_1 p^2 \end{vmatrix} \cdot 0 + \\
 & + (-1)^{1+2+1+6} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+2+3} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -(H_2 p + K_2) & -H_2 p & 0 \\ 0 & B_2 p^2 & B_2 p^2 & 0 \\ -H_3 p & 0 & A_3 p^2 + h_3 p & -(H_3 p + K_3) \\ B_2 p^2 & 0 & H_2 p & B_3 p^2 \end{vmatrix} + \\
 & + (-1)^{1+2+2+4} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & H_1 p \\ -H_1 p & B_1 p^2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2+2+5} \cdot \begin{vmatrix} 0 & A_2 p^2 + h_2 p & -(H_2 p + K_2) & 0 \\ 0 & H_2 p & B_2 p^2 & 0 \\ -H_3 p & 0 & 0 & -(H_3 p + K_3) \\ B_3 p^2 & 0 & 0 & B_3 p^2 \end{vmatrix} + \\
 & + (-1)^{1+2+2+6} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & H_1 p \\ -H_1 p & B_1 p^2 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2+3+4} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+3+5} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+3+6} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+4+5} \cdot 0 \cdot 0 + (-1)^{1+2+5+6} \cdot 0 \cdot 0
 \end{aligned}$$

или

$$D(p) = D_1 \cdot D_2 \cdot D_3 + D_2 \cdot B_1 p^2 \cdot K_1 \cdot B_3 p^2 \cdot K_3. \quad (3.19)$$

В предположении идентичности каналов выражение (19) имеет вид

$$D(p) = D_1 (D_1^2 + B^2 K^2 p^4)$$

или

$$D(p) = D_1 (D_1 + jBKp^2)(D_1 - jBKp^2)$$

и, следовательно, характеристические уравнения гиросtabilизатора имеют вид

$$\lambda(AB\lambda^3 + Bh\lambda^2 + H^2\lambda + HK) = 0,$$

$$\lambda(AB\lambda^3 + Bh\lambda^2 + (H^2 + jBK)\lambda + HK) = 0,$$

$$\lambda(AB\lambda^3 + Bh\lambda^2 + (H^2 - jBK)\lambda + HK) = 0.$$

Для определения условия устойчивости воспользуемся критерием Михайлова. Колебательной границе устойчивости в этом случае соответствует равенство нулю характеристических комплексов

$$AB\lambda^3 + Bh\lambda^2 + (H^2 \pm jBK)\lambda + HK = 0, \text{ где } \lambda = j\omega.$$

Характеристические комплексы

$$-ABj\omega^3 - Bh\omega^2 + H^2j\omega \mp BK\omega + HK = 0.$$

Уравнения, определяющие границу устойчивости

$$X = -Bh\omega^2 \mp BK\omega + HK = 0,$$

$$Y = -AB\omega^3 + H^2\omega = 0.$$

Решая их совместно, получим

$$h > \frac{AK}{H} \left(1 \mp \sqrt{\frac{B}{A}} \right).$$

Для реальных параметров гиросtabilизатора $A \gg B$ и, следовательно, условие устойчивости будет иметь вид

$$h > \frac{AK}{H}.$$

Матрица \bar{D} с учетом перекрестных связей через демпфирующие моменты имеет вид:

$$\bar{D} = \begin{vmatrix} A_1p^2 + h_1p & H_1p + K_1 & 0 & 0 & 0 & K_{\partial 3}p \\ -H_1p & B_1p^2 + K_{\partial 3}p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2p^2 + h_2p & -(H_2p + K_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_2p & B_2p^2 + K_{\partial 2}p & 0 & 0 \\ 0 & -K_{\partial 1}p & 0 & -K_{\partial 2}p & A_3p^2 + h_3p & -(H_3p + K_3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_3p & B_3p^2 + K_{\partial 3}p \end{vmatrix}.$$

Раскрывая определитель $D(p)$ по первым двум строкам, получим

$$D(p) = D_1D_2D_3 + D_2K_{\partial 1}K_{\partial 3}H_1H_3p^4.$$

Принимая параметры каналов гиросtabilизатора одинаковыми, запишем характеристическое уравнение гиросtabilизатора в виде

$$D_1(\lambda) [D_1(\lambda)^2 + K_{\partial}^2 H^2 p^4] = 0$$

или

$$D_1(\lambda)^2 + K_{\partial}^2 H^2 p^4 = 0.$$

Запишем характеристические уравнения каналов гиросtabilизатора в виде

$$\lambda(AB\lambda^3 + (Bh + AK_{\partial})\lambda^2 + (H^2 + hK_{\partial})\lambda + HK) = 0,$$

$$\lambda(AB\lambda^3 + (Bh + AK_{\partial})\lambda^2 + (H^2 + hK_{\partial})\lambda + HK + jK_{\partial}H\lambda) = 0,$$

$$\lambda(AB\lambda^3 + (Bh + AK_{\partial})\lambda^2 + (H^2 + hK_{\partial})\lambda + HK - jK_{\partial}H\lambda) = 0.$$

Для определения условия устойчивости воспользуемся критерием Михайлова. Колебательной границе устойчивости в этом случае соответствует равенство нулю характеристических комплексов

$$AB\lambda^3 + (Bh + AK_\partial)\lambda^2 + (H^2 + hK_\partial)\lambda + HK \pm jK_\partial H\lambda = 0, \text{ где } \lambda = j\omega.$$

Характеристические комплексы

$$D(j\omega) = -ABj\omega^3 - (Bh + AK_\partial)\omega^2 + (H^2 + hK_\partial)j\omega \mp K_\partial H\omega + HK = 0.$$

Уравнения, определяющие границу устойчивости

$$X = -(Bh + AK_\partial)\omega^2 \mp K_\partial H\omega + HK = 0,$$

$$Y = -AB\omega^3 + (H^2 + hK_\partial)\omega = 0.$$

Решая их совместно, получим

$$K < \frac{H^2 + hK_\partial}{AHB} \left(Bh + AK_\partial \left(1 \pm \frac{\sqrt{B}}{A} \frac{H}{\sqrt{H^2 + hK_\partial}} \right) \right).$$

Учитывая, что $H^2 > hK_\partial$ и $AK_\partial > Bh$ получим

$$K < \frac{HK_\partial}{B} \left(1 \pm \sqrt{\frac{B}{A}} \right).$$

Для реальных параметров гиросtabilизатора $A \gg B$ и, следовательно, условие устойчивости будет иметь вид

$$K < \frac{HK_\partial}{B}.$$

Таким образом, при выполнении условия $A \gg B$ перекрестные связи мало влияют на устойчивость трехосного гиросtabilизатора и их влиянием можно пренебречь.

Для более подробного ознакомления с влиянием перекрестных связей на устойчивость трехосного гиросtabilизатора можно обратиться к работе [2, 8].

3.8. Влияние линейных перекрестных связей на точность гиросtabilизатора

Для оценки влияния перекрестных связей на точность стабилизации рассмотрим случай, когда $K_\partial = 0$. Для нахождения передаточных функций трехосного гиросtabilизатора необходимо решить уравнение

$$\bar{D} \cdot \bar{x} = \bar{M},$$

т.е. найти зависимость

$$\bar{x} = \bar{D}^{-1} \cdot \bar{M}, \quad (3.20)$$

где \bar{D}^{-1} – обратная матрица.

Уравнение (3.20), записанное только для переменных α_1, α_2 и α_3 , имеют вид ($M_{2i} = 0$)

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1(p) & 0 & -K_1 W_1(p) W_3(p) \\ K_2 K_3 W_1(p) W_2(p) W_3(p) & W_2(p) & -K_2 W_2(p) W_3(p) \\ -K_3 W_3(p) W_1(p) & 0 & W_3(p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{11} \\ M_{12} \\ M_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

где

$$W_i(p) = \frac{B_i p^2}{D_i(p)};$$

$$D_i(p) = p(A_i B_i p^3 + B_i h_i p^2 + H_i^2 p + H_i K_i);$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Таким образом, через перекрестные связи, согласно выражению (3.21), формируются дополнительные возмущающие моменты, обусловленные динамикой соседних каналов. Дополнительные моменты приводят, в свою очередь, к увеличению ошибки стабилизации.

3.9. Влияние нелинейных перекрестных связей на уходы трехосного гиросtabilизатора

В нелинейной системе (3.15), (3.16), (3.17) нелинейные перекрестные связи по гироскопическому моменту вызывают дополнительные уходы, обусловленные динамикой системы. Уравнения движения гиросtabilизатора с учетом нелинейных перекрестных связей по осям прецессии имеют вид

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_1 + h_1 \dot{\alpha}_1 + H_1 \dot{\beta}_1 + K_1 \beta_1 &= M_{11}, \\ B_1 \ddot{\beta}_1 - H_1 \dot{\alpha}_1 &= -H_1 \beta_1 \dot{\alpha}_2, \\ A_2 \ddot{\alpha}_2 + h_2 \dot{\alpha}_2 - H_2 \dot{\beta}_2 - K_2 \beta_2 &= M_{12}, \\ B_2 \ddot{\beta}_2 + H_2 \dot{\alpha}_2 &= -H_2 \beta_2 \dot{\alpha}_1, \\ A_3 \ddot{\alpha}_3 + h_3 \dot{\alpha}_3 - H_3 \dot{\beta}_3 - K_3 \beta_3 &= M_{13}, \\ B_3 \ddot{\beta}_3 + H_3 \dot{\alpha}_3 &= -H_3 \beta_3 \dot{\alpha}_2. \end{aligned}$$

Для определения угловых скоростей ухода, обусловленных нелинейными перекрестными связями, применим метод последовательных приближений. В качестве нулевого приближения воспользуемся системой дифференциальных уравнений трехосного гиросtabilизатора без учета перекрестных связей

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_{10} + h_1 \dot{\alpha}_{10} + H_1 \dot{\beta}_{10} + K_1 \beta_{10} &= M_{11}, \\ B_1 \ddot{\beta}_{10} - H_1 \dot{\alpha}_{10} &= 0, \\ A_2 \ddot{\alpha}_{20} + h_2 \dot{\alpha}_{20} - H_2 \dot{\beta}_{20} - K_2 \beta_{20} &= M_{12}, \\ B_2 \ddot{\beta}_{20} + H_2 \dot{\alpha}_{20} &= 0, \\ A_3 \ddot{\alpha}_{30} + h_3 \dot{\alpha}_{30} - H_3 \dot{\beta}_{30} - K_3 \beta_{30} &= M_{13}, \\ B_3 \ddot{\beta}_{30} + H_3 \dot{\alpha}_{30} &= 0. \end{aligned}$$

Подставляя решение нулевого приближения в правые части системы уравнений, получим систему уравнений первого приближения:

$$\begin{aligned} A_1 \ddot{\alpha}_{11} + h_1 \dot{\alpha}_{11} + H_1 \dot{\beta}_{11} + K_1 \beta_{11} &= M_{11}, \\ B_1 \ddot{\beta}_{11} - H_1 \dot{\alpha}_{11} &= -H_1 \beta_{10} \dot{\alpha}_{20}, \\ A_2 \ddot{\alpha}_{21} + h_2 \dot{\alpha}_{21} - H_2 \dot{\beta}_{21} - K_2 \beta_{21} &= M_{12}, \\ B_2 \ddot{\beta}_{21} + H_2 \dot{\alpha}_{21} &= -H_2 \beta_{20} \dot{\alpha}_{10}, \\ A_3 \ddot{\alpha}_{31} + h_3 \dot{\alpha}_{31} - H_3 \dot{\beta}_{31} - K_3 \beta_{31} &= M_{13}, \\ B_3 \ddot{\beta}_{31} + H_3 \dot{\alpha}_{31} &= -H_3 \beta_{30} \dot{\alpha}_{20}. \end{aligned}$$

Запишем решение системы уравнений нулевого приближения в операторном виде:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Delta \alpha_{10}(p) \\ \beta_{10}(p) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} W_1(p) & W_{11}(p) \\ W_{12}(p) & W_{13}(p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{11}(p) \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \Delta \alpha_{20}(p) \\ \beta_{20}(p) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} W_2(p) & W_{21}(p) \\ W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{21}(p) \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \Delta \alpha_{30}(p) \\ \beta_{30}(p) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} W_3(p) & W_{31}(p) \\ W_{32}(p) & W_{33}(p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{31}(p) \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где $W_{12}(p) = \frac{H_1 p}{D_1(p)}$; $W_{22}(p) = -\frac{H_2 p}{D_2(p)}$; $W_{32}(p) = -\frac{H_3 p}{D_3(p)}$.

Откуда

$$\begin{aligned} \alpha_{10}(p) &= W_1(p) \cdot M_{11}(p); \\ \beta_{10}(p) &= W_{12}(p) \cdot M_{11}(p); \\ \alpha_{20}(p) &= W_2(p) \cdot M_{12}(p); \\ \beta_{20}(p) &= W_{22}(p) \cdot M_{12}(p); \\ \alpha_{30}(p) &= W_3(p) \cdot M_{13}(p); \\ \beta_{30}(p) &= W_{32}(p) \cdot M_{13}(p). \end{aligned}$$

Пусть по осям стабилизации действуют гармонически изменяющиеся внешние моменты $M_{1i} = M_{ai} \sin(\omega t + \varepsilon_i)$, где M_{ai} – амплитудные значения моментов, ω – частота, ε_i – сдвиг фазы. Выражения для амплитуд угловой скорости платформы и углового движения гироблоков в соответствии с предыдущими решениями имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{a1} &= |W'_1(j\omega)| \cdot M_{a1} \cos(\varepsilon_1 + \psi_1); \\ \beta_{a1} &= |W_{12}(j\omega)| \cdot M_{a1} \cos(\varepsilon_1 + \varphi_1); \\ \dot{\alpha}_{a2} &= |W'_2(j\omega)| \cdot M_{a2} \cos(\varepsilon_2 + \psi_2); \\ \beta_{a2} &= |W_{22}(j\omega)| \cdot M_{a2} \cos(\varepsilon_2 + \varphi_2); \\ \dot{\alpha}_{a3} &= |W'_3(j\omega)| \cdot M_{a3} \cos(\varepsilon_3 + \psi_3); \\ \beta_{a3} &= |W_{32}(j\omega)| \cdot M_{a3} \cos(\varepsilon_3 + \varphi_3), \end{aligned}$$

где $\psi_i = \arg W'_i(j\omega)$; $\varphi_i = \arg W_{i2}(j\omega)$; $W'_i(p) = \frac{B_i p^2}{A_i B_i p^3 + B_i h_i p^2 + H_i^2 p + H_i K_i}$.

Подставляя полученные выражения для амплитуд угловой скорости платформы и углового движения гироблоков в систему уравнений первого приближения и производя операцию усреднения получим выражения для угловых скоростей кинематического дрейфа

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}_1 \rangle &= 0,5 |W'_2(j\omega)| \cdot |W_{12}(j\omega)| \cdot M_{a1} M_{a2} \cos(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \psi_2 - \varphi_1); \\ \langle \dot{\alpha}_2 \rangle &= -0,5 |W'_1(j\omega)| \cdot |W_{22}(j\omega)| \cdot M_{a1} M_{a2} \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \psi_1 - \varphi_2); \\ \langle \dot{\alpha}_3 \rangle &= -0,5 |W'_2(j\omega)| \cdot |W_{32}(j\omega)| \cdot M_{a1} M_{a3} \cos(\varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \psi_2 - \varphi_3). \end{aligned}$$

4. СИСТЕМЫ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ТРЕХОСНЫХ ГС

Решение многих задач ориентации требует начального ориентирования (выставки) гироскопических систем. Под выставкой гироскопических платформ будем понимать приведение осей связанного трехгранника платформы в заданное положение, определяемое выбранной для решения задачи базовой системы координат.

4.1. Уравнения движения трехосного гиросtabilизатора в режиме ориентирования

В качестве базовой системы координат принимается географическая система координат $O\xi_{\Gamma}\eta_{\Gamma}\zeta_{\Gamma}$, проекции угловой скорости Земли на оси которой

$$\omega_{\xi_{\Gamma}} = 0; \quad \omega_{\eta_{\Gamma}} = U \cos \varphi; \quad \omega_{\zeta_{\Gamma}} = U \sin \varphi,$$

где U – угловая скорость вращения Земли; φ – широта места и траекторная система координат $O\xi_T\eta_T\zeta_T$, которая отклонена от географической на угол ψ .

Проекции угловой скорости Земли на оси траекторной системы координат

$$\omega_{\xi_T} = U \cos \varphi \sin \psi; \quad \omega_{\eta_T} = U \cos \varphi \cos \psi; \quad \omega_{\zeta_T} = U \sin \varphi.$$

Свяжем с наружной осью гиросtabilизатора ось $O\eta_T$.

Пусть в начальный момент времени ось Oz_n отклонена на небольшие углы α_1 и α_2 от вертикали (рис. 4.1), а ось Oy_n отклонена на произвольный угол α_3 . Угол α_3 определяется с помощью датчика угла (датчика команд), установленного по оси платформы Oy_n .

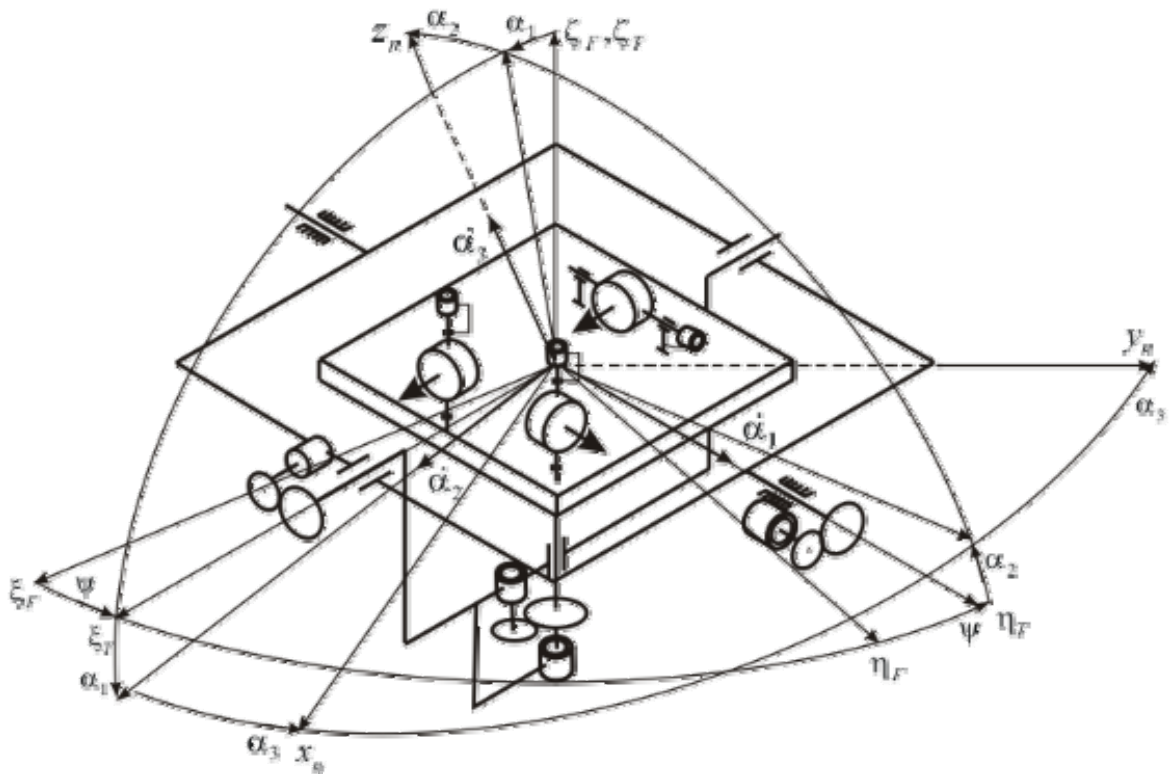


Рис. 4.1. Система координат

Проекция абсолютной скорости платформы на связанные оси:

$$\begin{aligned} \omega_{x_n} &= (\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3) + (\omega_{\xi_T} \cos \alpha_3 + \omega_{\eta_T} \sin \alpha_3) - (\alpha_1 \cos \alpha_3 - \alpha_2 \sin \alpha_3) \omega_{\zeta_T}; \\ \omega_{y_n} &= (\dot{\alpha}_1 \cos \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3) + (\omega_{\eta_T} \cos \alpha_3 - \omega_{\xi_T} \sin \alpha_3) + (\alpha_2 \cos \alpha_3 + \alpha_1 \sin \alpha_3) \omega_{\zeta_T}; \\ \omega_{z_n} &= \dot{\alpha}_3 + \omega_{\zeta_T} + \omega_{\xi_T} \alpha_1 - (\omega_{\eta_T} + \dot{\alpha}_1) \alpha_2. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Прецессионные уравнения трехосного гиостабилизатора в режиме приведения платформы к плоскости горизонта (рис. 4.2) имеют вид:

$$\begin{aligned} -H_2 \omega_{x_n} - M_{k_2} + M_{22} &= 0; \\ H_1 \omega_{y_n} + M_{k_1} + M_{21} &= 0; \\ -H_3 \omega_{z_n} - M_{23} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

или

$$\begin{aligned} \omega_{x_n} + \frac{M_{k_2}}{H_2} &= -\omega_{dp2}; \\ \omega_{y_n} + \frac{M_{k_1}}{H_1} &= -\omega_{dp1}; \\ \omega_{z_n} &= \omega_{dp3}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где M_{k_1} и M_{k_2} – управляющие моменты; $\omega_{dpi} = \frac{M_{2i}}{H_i}$ – угловые скорости дрейфа гиостабилизатора, вызванные вредными моментами по осям прецессии.

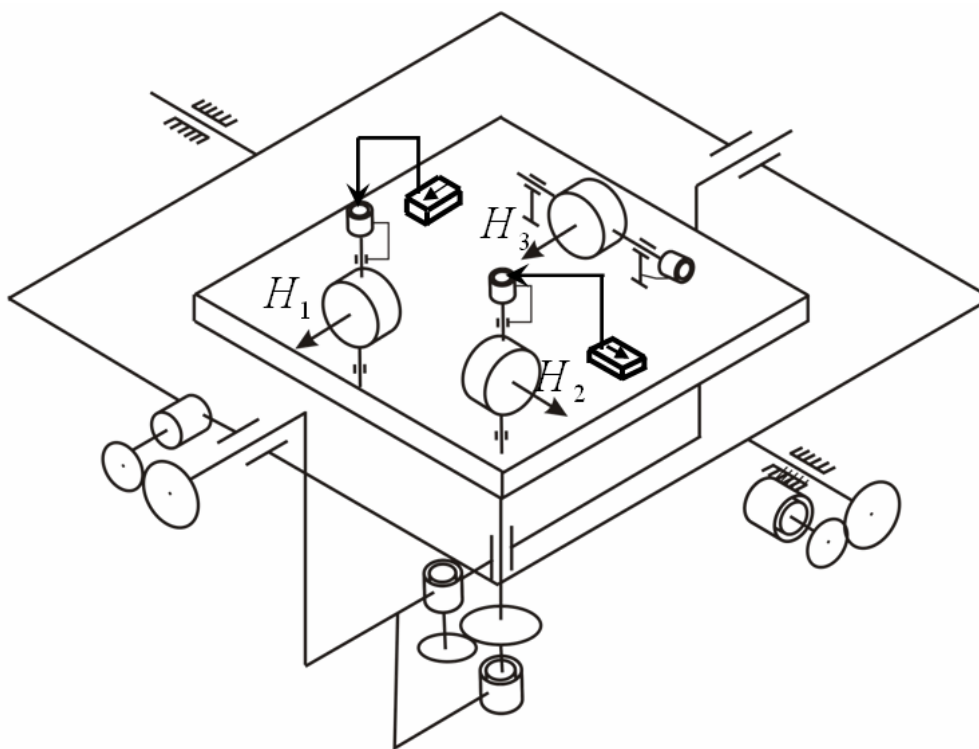


Рис. 4.2. Приведение платформы к плоскости горизонта

В режиме приведения платформы к плоскости горизонта выражения для проекций ω_{x_n} , ω_{y_n} угловой скорости платформы будут

$$\begin{aligned}\omega_{x_n} &= \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 + U \cos \varphi \sin(\psi + \alpha_3); \\ \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3 + U \cos \varphi \cos(\psi + \alpha_3).\end{aligned}\quad (4.4)$$

Подставляя выражения (4.4) в уравнения (4.3), получаем:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 + \frac{M_{k_2}}{H_2} &= \omega_{\partial p 2} - U \cos \varphi \sin(\psi + \alpha_3); \\ \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3 + \frac{M_{k_1}}{H_1} &= -\omega_{\partial p 1} - U \cos \varphi \cos(\psi + \alpha_3).\end{aligned}\quad (4.5)$$

При отключенной системе приведения (свободное движение платформы) уравнения (4.5) принимают вид:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 &= \omega_{\partial p 2} - U \cos \varphi \sin(\psi + \alpha_3); \\ \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3 &= -\omega_{\partial p 1} - U \cos \varphi \cos(\psi + \alpha_3).\end{aligned}\quad (4.6)$$

Угловые скорости $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\alpha}_2$, $\dot{\alpha}_3$ представляют собой угловые скорости платформы относительно базовой системы координат, следовательно, из уравнений (4.6) можно сделать вывод, что при отключенной системе приведения наблюдается уход платформы по отношению к базовой системе координат вокруг всех трех осей, вызванный вращением базовой системы координат и вредными моментами по осям прецессии гироскопов.

При определении уходов во время испытаний ее ось Oy_n выставляется первоначально в плоскость меридиана, тогда уходы будут зависеть только от вредных моментов и широты места φ , которая для конкретного места испытаний известна с достаточной точностью. Уходы же, обусловленные вредными моментами, являются предметом испытаний, именно они и подлежат определению.

Необходимо иметь в виду, что выражения (4.6) справедливы только для малых углов отклонений платформы, т.е. для достаточно малых промежутков времени. Пределы применимости выражений (4.6) определяются погрешностью измерения уходов.

4.2. Автономное азимутальное ориентирование гиростабилизаторов

Работа всех систем автономного азимутального ориентирования основана на использовании информации об угловой скорости Земли и ускорении земного притяжения и их составляющих. Известно, что для задания некоторой плоскости необходимо знать два направления, лежащие в этой плоскости. Плоскость меридиана определяются двумя векторами – ускорением земного притяжения g и угловой скорости Земли U . Составляющие вектора g в системах азимутального ориентирования используются для установки платформы в плоскость горизонта. Информация об угловой скорости Земли в этом случае используется различным образом в зависимости от принципа работы и схем азимутальной ориентирования.

4.2.1. Системы азимутального ориентирования, основанная на измерении углов уходов

Предположим, что с помощью системы приведения оси Ox_n и Oy_n платформы приведены в плоскость горизонта, а ось Oy_n занимает какое-то азимутальное положение, характеризуемое углом Oy_n , который требуется определить. Если отключить систему приведения, то, платформа будет уходить относительно Земли с угловыми скоростями, определяемыми выражениями (6).

Как видно из этих выражений, уходы платформы $\dot{\alpha}_1$ и $\dot{\alpha}_2$ относительно осей Ox_n и Oy_n зависят от азимутального положения платформы, определяемого углом ψ . Следовательно, измеряя эти уходы, можно в принципе определить азимут ψ . Из первого выражения системы (4.6) находим:

$$\sin(\psi + \alpha_3) = -\frac{\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 - \omega_{dp2}}{U \cos \varphi}; \quad \psi = \arcsin\left(-\frac{\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 - \omega_{dp2}}{U \cos \varphi}\right) - \alpha_3. \quad (4.7)$$

Таким образом, измеряя уходы платформы гиросtabilизатора вокруг оси Ox_n или Oy_n , можно определить азимутальное положение платформы.

4.2.2. Система азимутального ориентирования, основанная на использовании информационных сигналов с каналов горизонтального приведения

Сущность работы этой системы рассмотрим на примере канала горизонтирования платформы относительно оси Ox_n . Уравнение движения гиросtabilизатора в этом случае получим на основании первого уравнения системы (4.5).

Полагая, что $M_{k_2} = K_{\partial m} i_2$, записываем:

$$\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_3 + \frac{K_{\partial m} \cdot i_2}{H_2} = \omega_{dp2} - U \cos \varphi \sin(\psi + \alpha_3) \quad (4.8)$$

где $K_{\partial m}$ – коэффициент передачи цепи приведения; i_2 – ток в обмотке датчика момента. По окончании процесса приведения $\dot{\alpha}_1 = 0, \dot{\alpha}_2 = 0$, тогда из (4.8) следует:

$$\sin(\psi + \alpha_3) = \left(\frac{\omega_{dp2} - \frac{K_{\partial m} i_2}{H_2}}{U \cos \varphi} \right); \quad \psi = \arcsin\left(\frac{\omega_{dp2} - \frac{K_{\partial m} i_2}{H_2}}{U \cos \varphi} \right) - \alpha_3.$$

4.2.3. Система гирокомпасирования

В рассмотренных выше системах определялось произвольное азимутальное платформы положение без приведения какой-либо из осей в плоскость меридиана.

Рассмотрим гиросtabilизатор (рис.4.3), в котором ось Oy_n приводится в плоскость меридиана наподобие оси ротора трехстепенного гирокомпаса. Особенностью этой схемы является то, что сигнал с ньютонометра, измеряющего

угол отклонения платформы вокруг оси Ox_n , подается не только на датчик моментов гироскопа H_2 , но и на датчик моментов гироскопа H_3 , что придает гиростабилизатору новые свойства.

Рассмотрим работу этой системы, считая вначале, что сигнал с ньютонометра поступает только на датчик моментов гироскопа H_3 . Примем во внимание, что система стабилизации платформы компенсирует возмущающие моменты в осях подвеса.

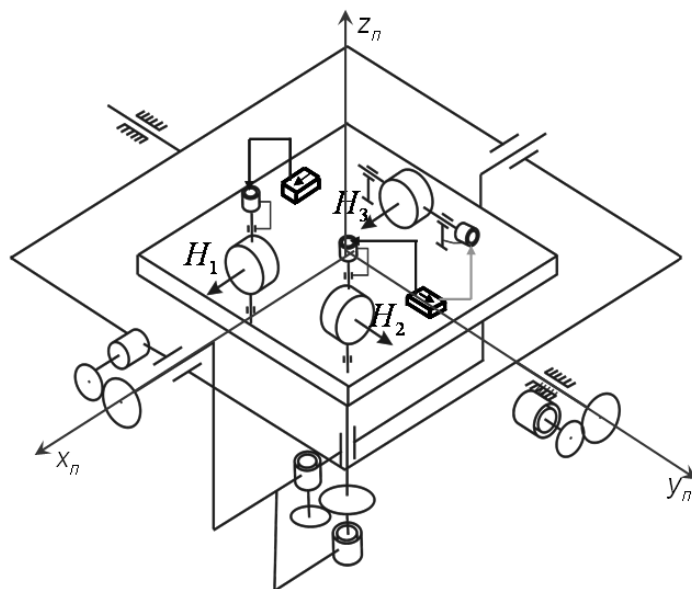


Рис. 4.3. Гиростабилизатор в режиме гироскопирования

Принцип работы данной системы основан на том, что всякое отклонение оси Oy_n платформы от плоскости меридиана на угол α_3 , приводит к тому, что из-за вращения Земли она отклоняется от плоскости горизонта. Это отклонение регистрируется ньютонометром, вырабатывающим сигнал, который поступает на датчик моментов гироскопа H_3 . Под действием прикладываемого момента возникает прецессионное движение платформы в таком направлении, чтобы угол α_3 уменьшался, т.е. ось Oy_n совмещалась с плоскостью меридиана.

В режиме гироскопирования положим, что ось Oy_n платформы отклонена от плоскости меридиана на малый угол $\Delta\alpha_3$, т.е. $\alpha_3 = -\psi + \Delta\alpha_3$. С учетом $\alpha_3 = -\psi + \Delta\alpha_3$ в режиме гироскопирования выражения (4.1) запишем в виде

$$\begin{aligned} \omega_{x_n} &= \dot{\alpha}_{x_n} + \Delta\alpha_3 U \cos \varphi - \alpha_{y_n} U \sin \varphi; \\ \omega_{y_n} &= \dot{\alpha}_{y_n} + \alpha_{x_n} U \sin \varphi + U \cos \varphi; \\ \omega_{z_n} &= \dot{\alpha}_3 - \alpha_{x_n} U \cos \varphi + U \sin \varphi, \end{aligned} \tag{4.9}$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{x_n} &= \dot{\alpha}_2 \cos \psi - \dot{\alpha}_1 \sin \psi; \\ \dot{\alpha}_{y_n} &= \dot{\alpha}_1 \cos \psi + \dot{\alpha}_2 \sin \psi; \\ \alpha_{x_n} &= \alpha_2 \cos \psi - \alpha_1 \sin \psi; \\ \alpha_{y_n} &= \alpha_1 \cos \psi + \alpha_2 \sin \psi. \end{aligned}$$

Прецессионные уравнения движения трехосного гиросtabilизатора в режиме гироскопирования имеют вид

$$\begin{aligned} -H_2\omega_{x_n} - M_{k_2} + M_{22} &= 0; \\ H_1\omega_{y_n} + M_{k_1} + M_{21} &= 0; \\ -H_3\omega_{z_n} + M_{k_1} + M_{21} &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

или

$$\begin{aligned} \omega_{x_n} + K_2(\alpha_{x_n} + \varepsilon_2) &= -\omega_{dp2}; \\ \omega_{y_n} + K_1(\alpha_{y_n} + \varepsilon_1) &= -\omega_{dp1}; \\ \omega_{z_n} - K_3(\alpha_{x_n} + \varepsilon_2) &= \omega_{dp3}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где $K_i = \frac{K_{ni}}{H_i}$; K_{ni} – коэффициенты усиления цепей приведения; ε_i – погрешности ньтометров.

Подставляя в уравнения (4.11) выражения (4.10), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{x_n} + K_2\alpha_{x_n} + \Delta\alpha_3 U \cos\varphi - \alpha_{y_n} U \sin\varphi &= \omega_{dp2} - K_2\varepsilon_2; \\ \dot{\alpha}_{y_n} + K_1\alpha_{y_n} + \alpha_{x_n} U \sin\varphi &= -U \cos\varphi - \omega_{dp1} - K_1\varepsilon_1; \\ \Delta\dot{\alpha}_3 - (K_3 + U \cos\varphi)\alpha_{x_n} &= -U \sin\varphi + \omega_{dp3} + K_3\varepsilon_2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Положим, что система горизонтирования платформы относительно оси Oy_n работает идеально, так что угол α_{y_n} можно положить равным нулю. Первое и третье уравнения системы (4.12) запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{x_n} + K_2\alpha_{x_n} + \Delta\alpha_3 U \cos\varphi &= \omega_{dp2} - K_2\varepsilon_2; \\ \Delta\dot{\alpha}_3 - (K_3 + U \cos\varphi)\alpha_{x_n} &= -U \sin\varphi + \omega_{dp3} + K_3\varepsilon_2. \end{aligned}$$

Из данной системы уравнений имеем:

$$\begin{aligned} \Delta\ddot{\alpha}_3 + K_2\Delta\dot{\alpha}_3 + U \cos\varphi(K_3 + U \cos\varphi)\Delta\alpha_3 &= (K_3 + U \cos\varphi)(\omega_{dp2} - K_2\varepsilon_2) - (U \sin\varphi - \omega_{dp3} - K_3\varepsilon_2)K_2 \\ \text{или } \Delta\ddot{\alpha}_3 + 2d\omega_0\Delta\dot{\alpha}_3 + \omega_0^2\Delta\alpha_3 &= K_2(U \sin\varphi - \omega_{dp3} - K_3\varepsilon_2) + \omega_0^2 \frac{\omega_{dp2} - K_2\varepsilon_2}{U \cos\varphi}, \end{aligned}$$

где $\omega_0 = \sqrt{U \cos\varphi(K_3 + U \cos\varphi)}$ – собственная частота недемпфированных колебаний платформы; $d = \frac{K_2}{2\omega_0}$ – относительный коэффициент демпфирования.

Из последнего уравнения следует, что движение платформы носит характер затухающих колебаний, причем затухание определяется коэффициентом d , зависящим от параметра K_2 . Из уравнения движения платформы по координате $\Delta\alpha_3$ после окончания переходного процесса имеем статическую ошибку

$$\Delta\alpha_3 = -\frac{K_2(U \sin\varphi - \omega_{dp3} - K_3\varepsilon_2)}{U \cos\varphi(K_3 + U \sin\varphi)} + \frac{\omega_{dp2} - K_2\varepsilon_2}{U \cos\varphi},$$

которая характеризует погрешность азимутального приведения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский, В.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации: монография / В.А. Бесекерский, Е.А. Фабрикант. – Л.: Судостроение, 1968. – 348 с.
2. Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем: учебное пособие: в 3-х кн. Т. 2. Гироскопические стабилизаторы. / под ред. Д.С. Пельпора. – М.: Высшая школа, 1977. — 223 с.
3. Индикаторные гироскопические платформы: монография / А.Д. Александров, Е.А. Правоторов, В.Ф. Рафельсон, М.П. Фельдман; под ред. А.Д. Александрова. – М.: Машиностроение, 1979. – 239 с.
4. Ишлинский, А.Ю. Механика гироскопических систем: монография / А.Ю. Ишлинский. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 362 с.
5. Назаров, Б.И. Гиростабилизаторы ракет: монография / Б.И. Назаров, Г.А. Хлебников. – М.: Воениздат, 1975. – 216 с.
6. Пельпор, Д.С. Гироскопические системы ориентации и стабилизации: справ. пособие / Д.С. Пельпор. – М.: Машиностроение, 1982. – 165 с.
7. Пельпор, Д.С. Гироскопические системы. Теория гироскопических стабилизаторов: учебник / Д.С. Пельпор. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1986. – 423 с.
8. Пельпор, Д.С. Расчет и проектирование гироскопических стабилизаторов: монография / Д.С. Пельпор, Ю.А. Колосов, Е.Р. Рахтеенко. – М.: Машиностроение, 1972. – 216 с.
9. Ривкин, С.С. Теория гироскопических устройств: монография: в 2-х кн. / С.С. Ривкин. – Л.: Судостроение, 1964. – Т. 2. – 546 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	1
1. ОДНООСНЫЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ.....	5
1.1. Одноосный силовой гиростабилизатор.....	5
1.1.1. Вывод уравнения движения гиростабилизатора на неподвижном основании.....	10
1.1.2. Структурные схемы гиростабилизатора и его передаточные функции.....	12
1.1.3. Устойчивость одноосного силового гиростабилизатора.....	15
1.1.4. Вывод уравнений движения одноосного силового гиростабилизатора на подвижном основании.....	28
1.1.5. Компенсация влияния углового движения основания.....	34
1.2. Одноосный индикаторно-силовой гиростабилизатор.....	37
1.3. Одноосный индикаторный гиростабилизатор.....	45
1.3.1. Принцип действия гиростабилизатора.....	45
1.3.2. Уравнения движения, структурная схема гиростабилизатора.....	47
1.3.3. Устойчивость индикаторного гиростабилизатора.....	48
1.4. Системы ориентирования гиростабилизаторов.....	49
1.4.1. Уравнение движения гиростабилизатора в режиме ориентирования.....	49
1.4.2. Работа гиростабилизатора в режиме приведения.....	53
1.5. Влияние конечной жесткости элементов конструкции на динамику гиростабилизатора.....	55
1.5.1. Учет конечной жесткости подвеса гироскопа.....	55
1.5.2. Учет конечной жесткости редуктора.....	59
2. ДВУХОСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ.....	62
2.1. Уравнения движения двухосного гиростабилизатора, оси роторов гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы, на подвижном основании.....	62
2.2. Уравнения движения двухосного гиростабилизатора, оси прецессии гироскопов которого параллельны стабилизируемой оси платформы, на подвижном основании.....	65
2.3. Уравнения движения двухосного ГС (схема А) на неподвижном основании.....	67
2.4. Уравнения движения двухосного ГС (схема Б) на неподвижном основании.....	70
2.5. Влияние углового движения основания вокруг стабилизируемой оси гиростабилизатора на его динамику.....	71
2.6. Применение двухосных гиростабилизаторов.....	74
2.7. Уравнение движения четырехгироскопной силовой гировертикали.....	77
2.8. Двухосный индикаторный стабилизатор.....	83
3. ТРЕХОСНЫЕ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЫ.....	86
3.1. Подвесы трехосных гиростабилизаторов.....	87
3.2. Трехосный гиростабилизатор, построенный на трех двухстепенных гироскопах.....	89
3.3. Трехосный индикаторный гиростабилизатор.....	91
3.4. Трехосный гиростабилизатор с дополнительной рамой подвеса.....	91
3.5. Преобразование координат в трехосном гиростабилизаторе.....	92

3.6. Уравнения движения трехосного гиросtabilизатора.....	96
3.7. Влияние линейных перекрестных связей на устойчивость гиросtabilизатора.....	101
3.8. Влияние линейных перекрестных связей на точность гиросtabilизатора ...	105
3.9. Влияние нелинейных перекрестных связей на уходы трехосного гиросtabilизатора.....	106
4. СИСТЕМЫ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ТРЕХОСНЫХ ГС	109
4.1. Уравнения движения трехосного гиросtabilизатора в режиме ориентирования	109
4.2. Автономное азимутальное ориентирование гиросtabilизаторов	111
4.2.1. Системы азимутального ориентирования, основанная на измерении углов уходов.....	112
4.2.2. Система азимутального ориентирования, основанная на использовании информационных сигналов с каналов горизонтального приведения.....	112
4.2.3. Система гирокомпасирования	112
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	115